ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (ЭТО)

Халецкий Михаил Борисович

Израиль, г. Хадера, 2023 г.

hal123mih@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Основные положения Элементарной теории относительности на основе принципа обмена силовыми импульсами. Теория масштабов в неподвижных системах отсчёта. Результаты и выводы.

Ключевые слова: системы отсчёта (СО); движение; постулаты; принципы.

Содержание

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ (Виды движения)

ГЛАВА 1. Прямолинейное движение.

П.1 Бегуны

Рассмотрим равномерное поступательное движение двух **одинаковых бегунов** вдоль бесконечной прямой линии (рис. 1). Между бегунами существует жесткая геометрическая связь. Движение тела вдоль заданной траектории считается несвободным.

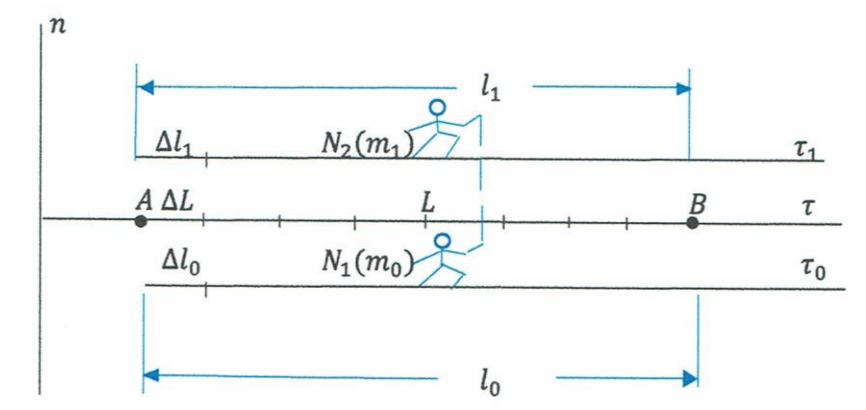

Рис. 1

Из пункта A в пункт B , по параллельным дорожкам, бегут два бегуна N1 и N2. У каждого бегуна свои эталоны длины, времени и массы, две параллельные **системы** отсчета ($\boldsymbol{\tau_0 - n_0 - t_0}$ и $\boldsymbol{\tau_1 - n_1 - t_1}$). В тоже время существует **единая система отсчёта** ($\boldsymbol{\tau - n - t}$) в которой эталоны бегунов имеют одинаковые значения. Параллельные системы отсчёта инерциальные. Системы координат совпадают в абсолютном пространстве и времени единой ИСО. В собственных системах отсчёта численные значения массы и скорости бегунов могут отличатся ($\boldsymbol{m_0 \neq m_1}$; $\boldsymbol{v_0 \neq v_1}$). В единой системе отсчёта массы и скорости бегунов одинаковые. “Бегуны” – условный термин для двух взаимодействующих тел в замкнутой механической системе. Собственные внешние силы в систему не входят. Действие относительных сил определяется по характеру изменения скорости бегунов (состояние покоя, равномерное или равноускоренное движение). Параллельные системы отсчёта **неподвижны** относительно друг друга.

Задача. Сравнить пройденные расстояния и время движения бегунов в параллельных системах отсчёта, если в любой момент времени их положения в пространстве совпадают. Бегуны объединены жёсткой геометрической связью в поперечном направлении или контактируют непосредственно руками.

Разделим пространственное расстояние $\boldsymbol{L}$ между точками A и B на $\boldsymbol{n}$ равных частей ($\Delta\boldsymbol{L}$). При равномерном движении, соответственно, разделятся на равные промежутки (в каждой системе отсчёта) расстояния $\boldsymbol{l_0}$, $\boldsymbol{l_1}$ и интервалы времени $\boldsymbol{t_0}$, $\boldsymbol{t_1}$ измеряемые собственными эталонами бегунов. **Выбираются начальные нулевые условия.**

Длина метра бегуна N2 отличается от длины метра бегуна N1 в K_l раз. Длительность секунды бегуна N2 отличается от длительности секунды бегуна N1 в K_t раз. Тогда:

1м (N2) = 1м (N1) $\cdot K_l$;

1с (N2) = 1с (N1) $\cdot K_t$.

Элементарные интервалы длины и времени связаны соотношениями:

$$\Delta l_1 = \Delta l_0 \ K_l \ ;$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_0 \ K_t \ .$$

Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta l_0}{\Delta t_0} \frac{K_l}{K_t} .$$

Преобразуем к виду:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta t_0} \frac{\Delta t_0}{\Delta t_1} = \frac{\Delta l_0}{\Delta t_1} \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} \frac{K_l}{K_t} \rightarrow \frac{\Delta l_1}{\Delta t_0} = \frac{\Delta l_0}{\Delta t_1} K_l \, K_t .$$

$\frac{\Delta l_1}{\Delta t_0}$ и $\frac{\Delta l_0}{\Delta t_1}$ – **относительные** скорости бегунов численно должны быть равны. Поэтому принимаем:

$$K_l \, K_t = 1 \ ;$$

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta t_0} = \frac{\Delta l_0}{\Delta t_1} \ . \tag{1}$$

Численное равенство относительных скоростей утверждается с точностью до одинаковых коэффициентов. Разделим уравнение (1) на неизвестный коэффициент $K_\triangle$, эта простая математическая операция не меняет суть уравнения:

$$\frac{\Delta l_0}{\Delta t_1} \frac{1}{K_\triangle} = \frac{\Delta l_1}{\Delta t_0} \frac{1}{K_\triangle} \ . \tag{2}$$

Коэффициент $K_\triangle$ может иметь различные значения: быть постоянным или переменным; служить для коррекции физических параметров или ограничения относительной скорости. На данный момент о нём ничего неизвестно и можно полагать его равным единице,

$$K_\triangle = 1 \ .$$

Это положение никаким образом не влияет на ход последующих рассуждений и преобразований. Относительная скорость при $K_\triangle = 1$ называется **обобщённой.**

Приведём уравнение (1) к интегральному виду:

$$\frac{n}{n}\,\frac{\Delta l_1}{\Delta t_0} = \frac{n}{n}\,\frac{\Delta l_0}{\Delta t_1} = \frac{l_1}{t_0} = \frac{l_0}{t_1}\ ,$$

$$l_1 t_1 = l_0 t_0 \qquad (3)$$

Последнее уравнение определяет условие, при котором два бегуна начав одновременно и равномерно двигаться по прямой линии L, из пункта A в пункт B, имея разные по масштабам единицы измерений, всегда совпадают в пространстве и времени единой системы отсчёта. **Движение происходит по инерции.** Уравнение (3) входит в число базовых соотношений теории относительности и **справедливо также для равноускоренного движения**. Существует строгое математическое доказательство этого факта для интегральных соотношений.

П р и м е ч а н и е:

1. Для единой ИСО используются скоростные оси $\boldsymbol{\tau - n - b}$ естественной системы координат вдоль траектории движения. Общей траекторией движения бегунов является ось $\boldsymbol{\tau}$.

2. В параллельных системах отсчёта бегуны имеют собственные системы координат и время ($\boldsymbol{\tau_0 - n_0 - t_0}$ и $\boldsymbol{\tau_1 - n_1 - t_1}$) и собственные эталоны единиц измерений физических величин (в дальнейшем метрика или масштабы).

3. Принадлежность физических параметров бегунов N1 и N2 к собственным системам отсчёта отмечена соответствующими нижними индексами 0 и 1.

4. Понятие “**одинаковые бегуны**” означает, что массу любого материального тела можно разделить пополам и разместить в параллельных системах отсчёта.

П.2 Относительная скорость

При равномерном движении бегуны поддерживают постоянные скорости относительно своих дорожек и контактируют руками. На каждой дорожке действуют собственные единицы измерений. Между бегунами устанавливается пространственная – временная связь $l_1 t_1 = l_0 t_0$ с начальными нулевыми условиями.

Собственные линейные скорости:

$$v_1 = \frac{l_1}{t_1}; \quad v_0 = \frac{l_0}{t_0}\ . \qquad (4)$$

Обобщённая относительная скорость:

$$\triangle = \frac{l_1}{t_0} = \frac{l_0}{t_1}\ . \qquad (5)$$

$\triangle$ – равносторонний треугольник без индексов, это обозначение относительной обобщённой скорости в тексте и формулах (не путать с приращениями). Такое обозначение относительной скорости выбрано с целью избежать путаницы скоростей в формулах. В дальнейшем, если над обозначениями параметров отсутствует стрелка, подразумевается модуль этой величины. Стрелка над символом и означает векторный характер параметра. На основании формулы $l_1\, t_1 = l_0\, t_0$ можно выразить значения скоростей v_1, v_0 через обобщённую относительную скорость $\triangle$:

$$\frac{l_1}{t_1} = \frac{l_0}{t_0}\frac{t_0^2}{t_1^2} \quad \rightarrow \quad v_1 = v_0\frac{t_1^2}{t_0^2}\ ;$$

$$\frac{l_1}{t_1} = \frac{l_0}{t_1}\frac{t_0^2}{t_0\, t_1} \quad \rightarrow \quad v_1 = \triangle\frac{t_0}{t_1}\ ; \tag{6}$$

$$\frac{l_0}{t_0} = \frac{l_1}{t_0}\frac{t_1^2}{t_0\, t_1} \quad \rightarrow \quad v_0 = \triangle\frac{t_1}{t_0}\ .$$

Определять разницу или сумму скоростей через эти формулы нельзя т. к. метрики в разных системах отсчёта не совпадают. Окончательно принимаем:

$v_1 = \frac{l_1}{t_1}$ – скорость бегуна N2 в собственной системе отсчёта;

$v_0 = \frac{l_0}{t_0}$ – скорость бегуна N1 в собственной системе отсчёта;

$\triangle = \frac{l_0}{t_1} = \frac{l_1}{t_0}$ – обобщённая относительная скорость бегунов.

Тогда: $v_0 * v_1 = \triangle^2$. (7)

В случае равномерного движения собственные массы бегунов (m_1, m_0) не имеют принципиального значения. При ускоренном движении, в следствии сил инерции, бегуны вступают в силовой контакт. Разница в массе их тел имеет принципиальное значение.

П.3 Силовые импульсы

Движение бегунов параллельно друг другу можно преобразовать во встречное движение с помощью свободно бегущих дорожек. Так проще понять контактное взаимодействие в замкнутой механической системе (рис.2). В место бегунов двигаются беговые дорожки. **Мгновенные ускорения** являются следствием появления **относительных сил** между бегунами. Чтобы один бегун не вытеснил другого бегуна с его дорожки и оба оставались постоянно в одной точке пространства, необходимы: балансы относительных сил, силовых импульсов и количества движения с обоих сторон. В данном случае, это количество движения собственных дорожек. Термин «количества движения» в современной физике вышел из употребления, используется общее понятие «импульс». Это создаёт неудобства, когда силовой импульс $\boldsymbol{F}\Delta\boldsymbol{t}$ надо отличать от импульса $\boldsymbol{mv}$. В дальнейшем понятие количества движения будет использоваться наравне с понятием импульс. Относительные силы появляются между системами отсчёта с обоих сторон и имеют противоположные знаки. В целом поддерживается равноускоренное движение бегунов относительно собственных дорожек. Такой вид взаимодействия называется – **принцип обмена силовыми импульсами** $(\mathbf{F}\cdot\Delta\mathbf{t})$.

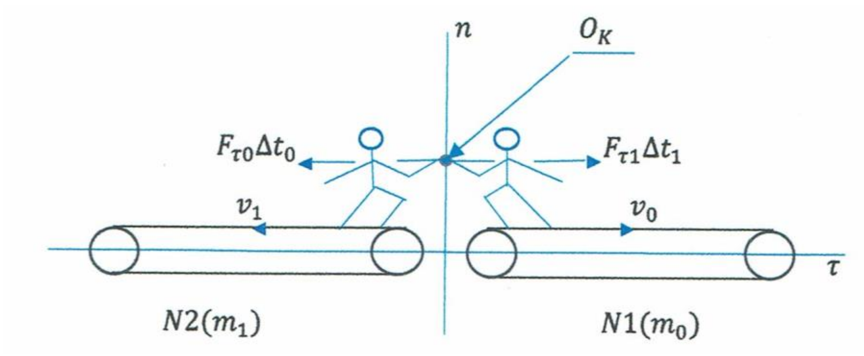

Рис. 2

На рисунке: O_K — точка силового контакта между бегунами;

m_0, m_1 — собственные массы бегунов;

v_0, v_1 — собственные линейные скорости;

t_0, t_1 — собственное текущее время.

Баланс силовых импульсов:

$$m_1 v_1 - m_1 v_1' = F_{\tau 0}(t_0 - t_0')\,;$$

$$m_0 v_0 - m_0 v_0' = F_{\tau 1}(t_1 - t_1')\,. \qquad (8)$$

Где: v_1' и v_0' — начальные скорости;

t_1' и t_0' — начальное время;

$F_{\tau 1}$ и $F_{\tau 0}$ — **относительные** силы вдоль траектории движения.

Согласно третьего закона Ньютона: $F_{\tau 0}$ — внешняя сила для бегуна N2; $F_{\tau 1}$ — внешняя сила для бегуна N1. В случаи равноускоренного движения эти силы постоянно равны по модулю и противоположны по направлению. Бегуны обмениваются силовыми импульсами. Длительность импульса определяется **внешним временем** соседней системы отсчёта.

Внешний силовой импульс из соседней системы отсчёта должен уравновешиваться соответствующим изменением количества движения бегуна в собственной системе отсчёта.

Принимаем **начальные нулевые условия**: скорости v_1' и v_0' равны нулю; значения времени t_1' и t_0' также равны нулю. Бегуны одновременно начинают движение из общего центра координат. При равноускоренном движении средняя скорость бегуна равна половине мгновенной скорости. **Численное равенство относительных сил в замкнутой механической системе не зависит от метрики собственных систем отсчёта!** Система уравнений (8) запишется в следующем виде:

$$m_1 v_1 = 2m_1 v_{1\text{ср}} = F_{\tau 0} t_0 \Rightarrow 2m_1 \frac{l_1}{t_1} = F_{\tau 0} t_0 \ ;$$

$$m_0 v_0 = 2m_0 v_{0\text{ср}} = F_{\tau 1} t_1 \Rightarrow 2m_0 \frac{l_0}{t_0} = F_{\tau 1} t_1 \ .$$

Следовательно:

$$2m_1 l_1 = F_{\tau 0} t_0 t_1;$$

$$2m_0 l_0 = F_{\tau 1} t_1 t_0 \ . \qquad (9)$$

Для динамического равновесия бегунов в точке силового контакта, относительные силы должны быть равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\left|\vec{F}_{\tau 0}\right| = \left|-\vec{F}_{\tau 1}\right| \rightarrow F_{\tau 1} = F_{\tau 0} \ ;$$

Физически точно баланс импульсов определяется уравнениями:

$$-F_{\tau 1} dt_1 = -m_0 dv_0 \ \text{или} \ F_{\tau 0} dt_0 = m_1 dv_1 \ . \qquad (10)$$

Ответить на вопрос, соответствуют относительные силы или нет уравнениям классической механики Ньютона в едином времени,

$$-F'_{\tau 1} dt_1 = -m_1 dv_1 \quad \text{и} \quad F'_{\tau 0} dt_0 = m_0 dv_0 \ ,$$

на данный момент невозможно. Будем полагать, что **не соответствуют**. Если предположение неверно, то в нужное время и в нужном месте введём необходимую поправку. Вследствие обмена силовыми импульсами должно выполняться следующее соотношение:

$$\frac{m_1 l_1}{m_0 l_0} = \frac{t_0 t_1}{t_1 t_0} = 1 \ . \qquad (11)$$

Ниже приводятся основные условия равновесия бегунов в пространстве и времени при равномерном и равноускоренном движении. Основные соотношения в интегральном виде:

1. $l_1 t_1 = l_0 t_0 \ ;$
2. $m_1 l_1 = m_0 l_0 \ ;$
3. $m_0 t_1 = m_1 t_0 \ ;$
4. $\dfrac{m_1^2 l_1}{t_1} = \dfrac{m_0^2 l_0}{t_0} \ ;$
5. $m_1^2 v_1 = m_0^2 v_0 \ .$ (12)

Последнее уравнение является базовым для всей теории относительности. Справедливо для средних и мгновенных значений линейной скорости. При встречном движении на беговых дорожках, скорости v_1 и v_0 выражаются через относительную скорость в виде соотношений:

$$-v_1 = -\triangle\frac{t_0}{t_1} = -\triangle\frac{m_0}{m_1};$$

$$v_0 = \triangle\frac{t_1}{t_0} = \triangle\frac{m_1}{m_0};$$

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{t_0^2}{t_1^2} = \frac{m_0^2}{m_1^2}. \qquad (13)$$

Количество движения каждого бегуна выражается через относительную скорость:

$$-m_1v_1 = -m_0\cdot\triangle;$$

$$m_0v_0 = m_1\cdot\triangle. \qquad (14)$$

Из последних соотношений вытекает уравнение баланса импульсов,

$$m_1(v_1+\triangle) = m_0(v_0+\triangle). \qquad (15)$$

Данное уравнение представляет смесь однородных параметров из разных систем отсчёта имеющие разные по масштабам единицы измерения.

П р и м е ч а н и е:

1. Во всех случаях силы трения качения в бегущих дорожках принимаются равными нулю. Коэффициент сцепления (трения) подошв бегуна с дорожкой равен единице.

2. Масса полотна бегущей дорожки равна массе бегуна.

3. На всех последующих рисунках модули относительных сил направленны в одну сторону для удобства изображений ($-\vec{F}_{\tau 1} = \vec{F}_{\tau 0}$).

П.4 Квадраты импульсов

В современной физике количество движения $\boldsymbol{mv}$ принято называть импульсом (не путать с импульсом силы $\boldsymbol{F}\Delta\boldsymbol{t}$). Из предыдущего раздела П.3 рассмотрим основное соотношение (15) для импульсов. Возведём правую и левую части уравнения в квадрат и объединим с базовыми соотношениями:

$$m_1^2(v_1+\triangle)^2 = m_0^2(v_0+\triangle)^2;$$

$$m_1^2v_1 = m_0^2v_0; \qquad (16)$$

$$v_1v_0 = \triangle^2.$$

Полученная система уравнений преобразуется к виду:

$$m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \triangle^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \triangle^2 . \qquad (17)$$

В любой момент времени, полные суммы квадратов импульсов в собственных системах отсчёта численно равны между собой. Численно потому, что в уравнениях участвуют параметры имеющие разные по масштабам единицы измерения. Введём понятие вектора суммарной скорости в собственной системе отсчёта:

$\vec{V}_{п1} = \vec{v}_1 + \overrightarrow{\triangle}$ – суммарная скорость бегуна N2;

$\vec{V}_{п0} = \vec{v}_0 + \overrightarrow{\triangle}$ – суммарная скорость бегуна N1.

Уравнение (17) преобразуется в систему уравнений общего вида:

$$V_{п1}^2 m_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \triangle^2 , \qquad (18)$$

$$V_{п0}^2 m_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \triangle^2 .$$

$$m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \triangle^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \triangle^2 .$$

Следует особо подчеркнуть, что алгебраическая сумма или разница векторов $\boldsymbol{\vec{v}_1}$ и $\boldsymbol{\vec{v}_0}$ вдоль естественной координатной оси $\boldsymbol{\tau}$ прямолинейного движения не является вектором относительной скорости. Согласно структуре уравнений (18) вектор относительной скорости $(\overrightarrow{\triangle})$ направлен перпендикулярно линейным скоростям, т. е. по нормали к траектории движения:

$$\overrightarrow{\triangle} \perp \vec{v}_1 \text{ и } \vec{v}_0 . \qquad (19)$$

На рисунке 3 приведена векторная диаграмма импульсов для общего случая относительного движения бегунов в двух системах отсчёта одновременно. Пока единицы измерений одной из систем отсчёта не выделены в качестве основной, **обе системы равноправны**.

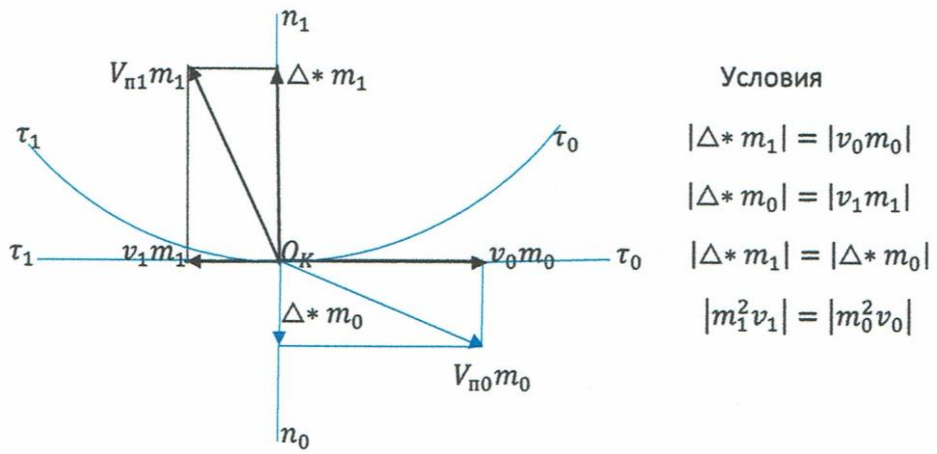

Рис. 3

На рисунке, собственные оси $\boldsymbol{\tau_0}$, $\boldsymbol{\tau_1}$ и $\boldsymbol{n_0}$, $\boldsymbol{n_1}$ развернуты на 180^0 для наглядности. Отмечены также оси $(\boldsymbol{\tau_0}\,, \boldsymbol{\tau_1})$ возможного движения бегунов по окружности. $O_K -$ точка силового контакта бегунов. Из диаграммы следует, что:

$$\sqrt{m_1^2 \,\triangle^2 + \, m_0^2 \,\triangle^2} = \left|\vec{V}_{\text{п}0} m_0\right| = \left|\vec{V}_{\text{п}1} m_1\right| = \left|\vec{\triangle}\right|\sqrt{m_1^2 + \, m_0^2}\,;$$

$$\frac{V_{\text{п}1}}{V_{\text{п}0}} = \frac{m_0}{m_1} = \sqrt{\frac{v_1}{v_0}}\,. \qquad (20)$$

В зависимости от выбора метрики одной из систем отсчёта за основную, уравнения (18) распадаются на две самостоятельные системы уравнений относительно **обобщённой** скорости $\triangle$. **Равноправие нарушается**! Либо существует система уравнений типа А, либо – типа В. В основной системе отсчёта обобщённая относительная скорость не определяется, она существует только для параллельной ИСО.

Тип А $\qquad V_{\text{п}1}^2 m_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \cdot \triangle^2\,,$

$$\triangle^2\, m_1^2 = m_0^2 v_0^2\,. \qquad (21)$$

Тип В $\qquad V_{\text{п}0}^2 m_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \cdot \triangle^2\,,$

$$\triangle^2\, m_0^2 = m_1^2 v_1^2\,.$$

Для дальнейшего анализа в основном используется система уравнений типа А, где: $\boldsymbol{l_0}$, $\boldsymbol{t_0}$, $\boldsymbol{m_0}$, $\boldsymbol{v_0}$ $-$ независимые параметры основной ИСО; $\boldsymbol{l_1}$, $\boldsymbol{t_1}$, $\boldsymbol{m_1}$, $\boldsymbol{v_1}$ $-$ зависимые параметры параллельной ИСО. Когда бегун рассматривается в независимости от квалификации его системы, применяется термин “собственная” система отсчёта. **ИСО** - сокращенное обозначение инерциальных систем отсчёта.

П.5 Суммарные равнодействующие силы

Какие внешние силы действуют на замкнутую механическую систему бегунов неизвестно. В статье используется классическая схема прямолинейного движения внутри системы. Однако, введение вектора относительной скорости $\vec{\triangle}$ **предполагает** реальную возможность появления относительных импульсов перпендикулярно траектории движения. При равноускоренном движении и **нулевых начальных условиях**, сумму импульсов, действующих на одного бегуна, можно выразить через равнодействующую силу в собственной системе отсчёта:

$$F_{\text{п}1}^2 t_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \cdot \triangle^2\,; \qquad (22)$$

$$F_{\text{п}0}^2 t_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \cdot \triangle^2\,; \qquad (23)$$

Вторые члены уравнений (22, 23) представляют собой релятивистские импульсы, связанные с относительной скоростью $\triangle$. **Использование начальных нулевых условий** по скорости и времени в режиме равноускоренного движения позволяет получать интегральные соотношения параметров **без применения дифференциального анализа**. Прекращение действия внешних сил и достижение постоянной скорости означает переход к записи суммарного количества движения бегунов через импульсы.

ГЛАВА 2. Круговое движение

П.6 Кольцевые дорожки

Бегуны начинают движение по кольцевым дорожкам. Используются начальные нулевые условия по скорости и времени (рис.4). Как и прежде, бегуны постоянно совпадают в пространстве и времени единой системы отсчёта.

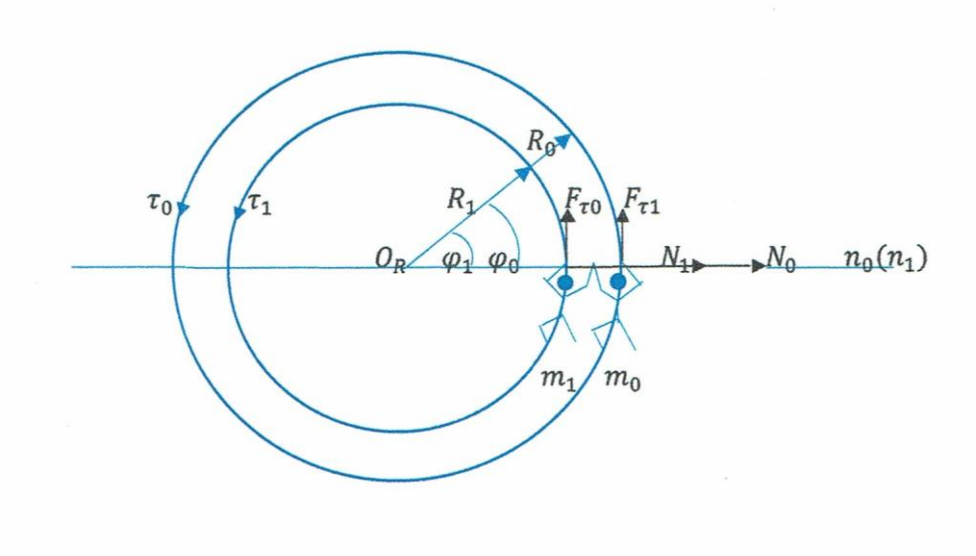

Рис. 4

При рассмотрении рисунка надо всегда помнить, что:

1. Общая для бегунов ось вращения O_R неподвижна в абсолютном пространстве Ньютона (в его локальном смысле).

2. Радиусы R_1 и R_0 в пространстве совпадают и отличаются только эталонами длины, на рисунке они разнесены для наглядности;

3. Линейные скорости бегунов v_1 и v_0 относительно своих дорожек из прямолинейного движения, переходят в касательные скорости кругового движения;

4. В случае равноускоренного вращения силы $F_{\tau 1}$ и $F_{\tau 0}$ параллельны в пространстве и направлены по касательным линиям к траектории кругового движения (аналогично скоростям);

5. Бегуны совершают **взаимно - поступательное** движение относительно оси вращения. Кориолиса ускорение и сила равны нулю. Углы сдвига φ_1 и φ_0 по окружности инварианты, измеряются в радианах.

6. При круговом движении появляются центростремительные силы F_{c1} , F_{c0} и реакции N_1, N_0, которые действуют на бегунов и связи вдоль радиусов окружностей.

Суммарные равнодействующие силы при равноускоренном вращении в параллельных ИСО определяются геометрической суммой составляющих:

$$\vec{F}_{п1} = \vec{F}_{c1} + \vec{F}_{\tau 0} \ ,$$

$$\vec{F}_{п0} = \vec{F}_{c0} + \vec{F}_{\tau 1} \ .$$

Требовать равенства суммарных сил при наличии центростремительных составляющих, неправомерно, они могут отличаться. Аналогично движению по прямой линии, движение бегунов по круговой траектории является несвободным. Активные радиальные силы отсутствуют. Для бегунов существует две степени свободы, вдоль траектории движения и вращения в поперечном направлении.

П.7 Равномерное круговое движение

Реальная пространственная длина пути, пройденного по части окружности, одинаковая для обоих бегунов. Это требование обеспечивает связь между прямолинейным и круговым движением, $(l_1 t_1 = l_0 t_0)$:

$$\varphi_1 R_1 t_1 = \varphi_0 R_0 t_0 \ ;$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 \ .$$

Аналогично записываются соотношения для элементарных интервалов длины, времени и угла:

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_0 = \Delta\varphi \ ;$$

$$\omega_1 \Delta t_1 = \omega_0 \Delta t_0 \ ;$$

$$\Delta l_1 = \Delta\varphi R_1 \ ; \qquad (24)$$

$$\Delta l_0 = \Delta\varphi R_0 \ ;$$

$$R_1 \Delta t_1 = R_0 \Delta t_0 .$$

При несвободном движении по окружности, центростремительная сила определяется выражением в векторной форме, $\vec{F_c} = -m\omega^2\vec{R}$. Учитывая, что $|\vec{v}| = \left|\vec{\omega} \times \vec{R}\right|$, получаем: $\left|\vec{F_c}\right| = m\omega v$. Для каждого бегуна в отдельности:

$$F_{c1} = m_1 \omega_1 v_1;$$

$$F_{c0} = m_0 \omega_0 v_0 .$$

Где: ω_1, ω_0 — угловые скорости бегунов в собственных системах отсчёта.

Последние уравнения можно записать в следующем виде для постоянных значений линейной скорости:

$$F_{c1} = m_1 \frac{\Delta\varphi}{\Delta t_1} v_1 \quad \rightarrow \quad F_{c1} \frac{\Delta t_1}{\Delta\varphi} = m_1 v_1 ; \qquad (25)$$

$$F_{c0} = m_0 \frac{\Delta\varphi}{\Delta t_0} v_0 \quad \rightarrow \quad F_{c0} \frac{\Delta t_0}{\Delta\varphi} = m_0 v_0 .$$

Обозначим: $\frac{\Delta t_1}{\Delta\varphi} = \Delta t_{1\varphi}, \ \frac{\Delta t_0}{\Delta\varphi} = \Delta t_{0\varphi}$. Где: $\Delta t_{1\varphi}$ и $\Delta t_{0\varphi}$ интервалы времени на **единицу угла поворота в один радиан**. Умножим и разделим указанные интервалы на Δl_1 и Δl_0 .

$$\Delta t_{1\varphi} = \frac{\Delta t_1}{\Delta\varphi} \frac{\Delta l_1}{\Delta l_1} = \frac{\Delta l_1}{\Delta\varphi} \Big/ \frac{\Delta l_1}{\Delta t_1} = \frac{R_1}{v_1} ,$$

$$\Delta t_{0\varphi} = \frac{\Delta t_0}{\Delta\varphi} \frac{\Delta l_0}{\Delta l_0} = \frac{\Delta l_0}{\Delta\varphi} \Big/ \frac{\Delta l_0}{\Delta t_0} = \frac{R_0}{v_0} . \qquad (26)$$

Если v_1 и v_0 сопоставимы со скоростью света, то интервалы времени $\Delta t_{1\varphi}$ и $\Delta t_{0\varphi}$ становятся сопоставимы с элементарными интервалами Δt_1 и Δt_0 . В физике микромира не существует ограничений на выбор элементарного интервала времени. Уравнения (25) формально представляют собой равенства для радиальных силовых импульсов при нулевых начальных условиях скорости. Полагаем начальное время $t_1', \ t_0'$ равным нулю. Тогда балансы количества движения и силовых импульсов по ортогональным осям τ , n совместимы.

$$F_{c1} \Delta t_1 = m_1 v_1 \ \Rightarrow \ F_{c1} t_1 = m_1 v_1 ;$$

$$F_{c0} \Delta t_0 = m_0 v_0 \ \Rightarrow \ F_{c0} t_0 = m_0 v_0 .$$

Силовые импульсы от центростремительных сил вдоль радиусов R_1 и R_0 компенсируются внутри собственных СО за счёт сил реакций связей N_1 и N_0 .

Бегуны могут держаться руками за верёвки, противоположные концы которых закреплены на оси вращения O_R . Между бегунами существует жесткая геометрическая связь в поперечном направлении. В дальнейшем вместо сил F_{c1} и F_{c0} целесообразно использовать соответствующие им реакции связей N_1 и N_0 без учёта их знаков. В дальнейшем, произведение любой радиальной силы на интервал времени будем называть **радиальным силовым импульсом**. При равномерном вращении активные радиальные силы отсутствуют, активные касательные силы равны нулю.

П.8 Равноускоренное круговое движение

При равноускоренном вращении появляются относительные силы $F_{\tau 1}$, $F_{\tau 0}$ влияющие на значения скоростей v_1 , v_0 и как следствие изменяются реакции связей N_1 , N_0 . В отношении импульсов касательных (относительных) сил действуют все соотношения прямолинейного движения, сохраняются все базовые равенства изложенные в П.3, Гл. 1. Поскольку сила, величина векторная, то импульсы касательных сил перпендикулярны в пространстве импульсам радиальных сил.

$F_{\tau 1}\Delta t_1 \perp N_0\Delta t_0$; а) Импульсы сил, действующие на бегуна N1.

$F_{\tau 0}\Delta t_0 \perp N_1\Delta t_1$; б) Импульсы сил, действующие на бегуна N2 .

При круговом вращении необходимо определится с направлением действия вектора относительной скорости. Чтобы ответить на этот вопрос, требуется определить суммарные равнодействующие силы в параллельных ИСО. Считается, что круговое движение не относится к инерциальным системам отсчёта. Автор не будет оспаривать это утверждение. Ниже приводится сводка формул с конечными выводами для параллельных вариантов СО (системы отсчёта). Принимаются начальные нулевые условия по скорости и времени. Мгновенное значение скорости выражается через её среднее значение за текущий промежуток времени:

$$v_1 = 2v_{1\,ср.}\,; \;\; v_0 = 2v_{0\,ср.}\,; \;\; \triangle = \sqrt{v_1 v_0} = 2\,\triangle_{ср.}\,. \qquad (27)$$

Импульсы радиальных сил за текущие промежутки времени:

$$N_1 t_1 \; = \; 2m_1 v_{1\,\text{ср.}}\,; \qquad (28)$$

$$N_0 t_0 \; = \; 2m_0 v_{o\,\text{ср.}}\,.$$

Импульсы относительных сил за текущие промежутки времени:

$$F_{\tau 1} t_1 = \; 2m_0 v_{0\,\text{ср.}}\,;$$

$$F_{\tau 0} t_0 = \; 2m_1 v_{1\,\text{ср.}}\,. \qquad .$$

Связь линейных скоростей с обобщённой относительной скоростью:

$$v_{0\,\text{ср.}} = \triangle_{\text{ср.}} \cdot \frac{t_1}{t_0}\,;$$

$$v_{1\,\text{ср.}} = \triangle_{\text{ср.}} \cdot \frac{t_0}{t_1}\,.$$

Силы: а) действующие на бегуна N1; $\longleftrightarrow$ б) действующие на бегуна N2 ;

$$\begin{cases} N_0 = \dfrac{2m_0 v_{0\text{ ср.}}}{t_0} \\ F_{\tau 1} = \dfrac{2m_0 v_{0\text{ ср.}}}{t_1} \end{cases} ; \qquad \begin{cases} N_1 = \dfrac{2m_1 v_{1\text{ ср.}}}{t_1} \\ F_{\tau 0} = \dfrac{2m_1 v_{1\text{ ср.}}}{t_0} \end{cases} .$$

Суммарные (равнодействующие) силы в параллельных СО:

$$F_{\text{п}1}^2 = N_1^2 + F_{\tau 0}^2 = \frac{4m_1^2 v_{1\text{ ср.}}^2}{t_1^2} + \frac{4m_1^2 v_{1\text{ ср.}}^2}{t_0^2} , \qquad (29)$$

$$F_{\text{п}0}^2 = N_0^2 + F_{\tau 1}^2 = \frac{4m_0^2 v_{0\text{ ср.}}^2}{t_0^2} + \frac{4m_0^2 v_{0\text{ ср.}}^2}{t_1^2} .$$

Для вторых членов уравнений делаем замену переменных $\boldsymbol{v}_{\mathbf{1}\text{ ср.}}$, $\boldsymbol{v}_{\mathbf{0}\text{ ср.}}$ через $\triangle_{\text{ср.}}$:

$$F_{\text{п}1}^2 = \frac{4m_1^2 v_{1\text{ ср.}}^2}{t_1^2} + \frac{4m_1^2 \triangle_{\text{ср.}}^2}{t_1^2} ;$$

$$F_{\text{п}0}^2 = \frac{4m_0^2 v_{0\text{ ср.}}^2}{t_0^2} + \frac{4m_0^2 \triangle_{\text{ср.}}^2}{t_0^2} . \qquad (30)$$

Используя формулы (27), возвращаемся к мгновенным скоростям вращения:

$$F_{\text{п}1}^2 t_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \cdot \triangle^2 , \qquad (31)$$

$$F_{\text{п}0}^2 t_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \cdot \triangle^2 .$$

Обозначим, для каждого бегуна, суммарные скорости в параллельных СО через $V_{\text{п}1}$, $V_{\text{п}0}$. Тогда можем записать:

$$V_{\text{п}1}^2 m_1^2 = F_{\text{п}1}^2 t_1^2 ,$$

$$V_{\text{п}0}^2 m_0^2 = F_{\text{п}0}^2 t_0^2 . \qquad (32)$$

Уравнения для квадратов импульсов в параллельных СО:

$$V_{\text{п}1}^2 m_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \cdot \triangle^2 ,$$

$$V_{\text{п}0}^2 m_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \cdot \triangle^2 . \qquad (33)$$

Данные уравнения свидетельствуют о том, что **обобщённая относительная скорость** при круговом движении направлена перпендикулярно линейным скоростям v_1 и v_0 , т. е. находится в плоскости нормальной к траектории движения. Физический смысл и структура уравнений совпадают с результатами П.4(формулы 18) для прямолинейного движения. Из анализа соотношений (33) можно сделать вывод, который неочевиден при рассмотрении прямолинейного движения. **В параллельных СО изменения размеров тел и расстояний пространства вдоль радиусов кривизны аналогичны изменениям вдоль траектории вращения.**

П.9 Предварительные выводы

На основании анализа относительного движения бегунов по прямолинейной и круговой траекториям можно сделать следующие выводы:

1) Базовые соотношения параметров полученные в П.3 (формулы 12) справедливы для обоих видов траекторий движения, с **любыми начальными условиями**. Последнее утверждение доказывается на основе идентичности кинематики движения в относительных единицах. В статье это доказательство не приводится.

2) Кинематика относительного движения для **равноправных** ИСО, в обоих случаях, описывается единой системой уравнений (18), П.4, $(m_1^2/m_0^2 = t_1^2/t_0^2)$:

$$V_{\text{п}1}^2 m_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \triangle^2 ;$$

$$V_{\text{п}0}^2 m_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \triangle^2 ;$$

$$m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \triangle^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \triangle^2 .$$

3) Кинематика относительного движения для **неравноправных** ИСО, в обоих случаях, описывается системами уравнений (21), П.4 $(m_1^2/m_0^2 = t_1^2/t_0^2)$:

Тип A $$V_{\text{п}1}^2 m_1^2 = m_1^2 v_1^2 + m_1^2 \cdot\triangle^2 ;$$

$$\triangle^2 m_1^2 = m_0^2 v_0^2 .$$

Тип B $$V_{\text{п}0}^2 m_0^2 = m_0^2 v_0^2 + m_0^2 \cdot\triangle^2 ;$$

$$\triangle^2 m_0^2 = m_1^2 v_1^2 .$$

3) Вектор **обобщённой** относительной скорости всегда направлен перпендикулярно траектории движения, $\overrightarrow{\triangle} \perp \vec{v}_1$ и $\vec{v}_0$.

4) Изменения размеров тела и расстояний в направлении радиусов кривизны аналогичны изменениям вдоль линейной траектории движения (уравнения 24, П.8). Надо полагать, что эффект сокращения размеров Лоренца – Фитцджеральда происходит по всем направлениям в пространстве.

5) Уравнения динамики для не равноправных ИСО можно записать в дифференциальном виде:

$$\begin{cases} F_{\tau 1} dt_1 = d(m_0 v_0) = d(m_1 \triangle) \\ F_{\tau 0} dt_0 = d(m_1 v_1) \end{cases}$$ уравнения типа A;

$$\begin{cases} F_{\tau 0} dt_0 = d(m_1 v_1) = d(m_0 \triangle) \\ F_{\tau 1} dt_1 = d(m_0 v_0) \end{cases}$$ уравнения типа B.

8) Запись момента количества движения, относительно мгновенного центра кривизны в пространстве, не является инвариантом между основной и параллельной СО:

$$m_0 v_0 R_0 \;\neq\; m_1 v_1 R_1 \qquad \text{не инварианты;}$$

$$m_0 v_0 R_1 \;=\; m_1 v_1 R_0 \;\text{ или }\; \frac{m_0 v_0}{R_0} = \frac{m_1 v_1}{R_1} \qquad \text{инварианты.}$$

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ (Относительное движение)

ГЛАВА 3. Материальные точки

П.10 Постулаты Эйнштейна

В специальной теории относительности (СТО) рассматривают движение частиц со скоростями $\geq$ 10^7м/с, т. е. близко к скорости света. В основе теории лежат постулаты Эйнштейна:

1 - й постулат: любые физические процессы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчёта (ИСО);

2 – й постулат: скорость света в вакууме абсолютна, т. е. одинакова в любых ИСО.

Второй постулат фактически означает, что в любой параллельной ИСО, независимо от собственных единиц измерения, скорость света имеет постоянное числовое значение c =30· 10^7м/с, т.е. значение измеренное в основной (лабораторной) ИСО. Принимаем эти постулаты на веру.

Стоит задача. Установить соотношения между интервалами времени, расстояниями и массами двух связанных материальных точек, если скорости их поступательного движения в параллельных ИСО близки к скорости света.

В общем случае не поступательного криволинейного движения, когда точки не совпадают в пространстве и времени, СО нельзя считать инерциальными. Для равномерного прямолинейного движения все СО инерциальные. По результатам предварительных выводов (П.8,9), будем относить равномерное круговое вращение альтернативных точек также к инерциальным СО. За основу анализа принимаются уравнения неравноправных систем отсчёта типа А:

$$V_{\text{п}1}^2 m_1^2 \;=\; m_1^2 v_1^2 \;+\; m_1^2 \cdot \triangle^2 \,;$$

$$\triangle^2\, m_1^2 \;=\; m_0^2 v_0^2 \;. \qquad (1)$$

Скорости v_0 и $\triangle$, **на данный момент**, считаются независимыми переменными. В уравнения входят параметры из разных систем отсчёта. Для решения системы уравнений достаточно найти такие частные значения $V_{\text{п}1}$ и $\triangle$ в левой части выражений, при которых правые части выполняются безусловно. Таким значением является скорость света $\boldsymbol{c}$. Уравнения выглядят следующим образом:

$$m_1^2 c^2 \; = \; v_1^2 m_1^2 + \triangle^2 \, m_1^2 \; ; \qquad (2)$$

$$m_1^2 c^2 \; = \; v_0^2 m_0^2 \; .$$

Ограничения: $0 \le v_0 \le c$; $0 \le V_{\text{п}1} \le c$. Найдём отношение скоростей:

$$\frac{v_1^2}{v_0^2} = \frac{m_0^2}{m_1^2} \frac{c^2 - \triangle^2}{c^2}$$

Используем базовое соотношение $v_1 m_1^2 = v_0 m_0^2$, тогда:

$$\frac{m_0^2}{m_1^2} = 1 - \frac{\triangle^2}{c^2} \; .$$

Из последнего уравнения получаем массу частицы в параллельной ИСО:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\triangle^2}{c^2}}} \; . \qquad (3)$$

Для определения соотношений длины и времени используются базовые равенства П.3, уравнения 12. Следовательно:

$$l_1 = l_0 \sqrt{1 - \frac{\triangle^2}{c^2}} \; ; \qquad (4)$$

$$t_1 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{\triangle^2}{c^2}}} \; . \qquad (5)$$

Собственная скорость:

$$v_1 = v_0 \left(1 - \frac{\triangle^2}{c^2}\right) . \qquad (6)$$

Обобщённая относительная скорость:

$$\triangle = v_0 \sqrt{1 - \frac{\triangle^2}{c^2}} = \frac{l_1}{t_0} = \frac{l_0}{t_1} . \qquad (7)$$

Суммарная скорость:

$$V_{\text{п}1}^2 \; = \; {v_1}^2 + \triangle^2 ; \qquad (8)$$

$$V_{\text{п}1}^2 \; = \; {v_0}^2 \left(1 - \frac{\triangle^2}{c^2}\right)^2 + \triangle^2 \; ;$$

$$V_{п1} = \sqrt{v_0^2\left(1-\frac{\triangle^2}{c^2}\right)^2 + \triangle^2}\,.$$

Проверка ограничений при $v_0 = c$, $\triangle = c$:

$$0 \le v_0 \le c$$ - по определению;

$$0 \le \frac{m_0}{m_1} = \sqrt{1-\frac{\triangle^2}{c^2}} \le 1;$$

$$0 \le V_{п1} \le c.$$

В целом, ограничения подтверждаются, однако необходима проверка скорости $\boldsymbol{V_{п1}}$ на экстремальные значения. Полученные соотношения являются формулами приведения собственных параметров точки $\boldsymbol{m_1}$ к параметрам и масштабам точки $\boldsymbol{m_0}$ основной ИСО. Для анализа системы уравнений **типа В** используется полная симметрия выражений относительно нижних индексов 0 и 1. Меняя местами в формулах (1 – 7) нижние индексы при основании параметров, получим выражения, соответствующие решению уравнений типа В.

П. 11 Уравнения динамического режима

Из второго уравнения системы (1), Гл.3 следует уравнения для динамического взаимодействия альтернативных точек **при нулевых начальных условиях** скорости и времени:

$$\begin{cases} F_{\tau 1}\, t_1 = m_0\, v_0 = m_1 \cdot \triangle \\ F_{\tau 0} t_0 = m_1 v_1 \end{cases}$$ Тип уравнений А; (9)

$$\begin{cases} F_{\tau 0}\, t_0 = m_1\, v_1 = m_0 \cdot \triangle \\ F_{\tau 1}\, t_1 = m_0\, v_0 \end{cases}$$ Тип уравнений В.

Всё хорошо и красиво, но возникает серьёзная проблема. Дело в том, что истинный масштаб обобщённой относительной скорости $\triangle$ не известен. Использовать уравнения (1-9) для соотношения параметров основной и параллельной ИСО невозможно. Необходимо вводить в теорию собственные относительные скорости. Ситуация осложняется ещё сильнее, если обратить внимание на уравнение (7) предыдущего параграфа, оно не соответствует формату Специальной теории относительности Эйнштейна. Линейная скорость материальной частицы v_0 в основной ИСО и относительная скорость $\triangle$ из формулы (7) в параллельной ИСО не достигают скорости света одновременно. Автор попытался обойти эту проблему с помощью собственных коэффициентов коррекции длины и времени:

$$K_{l1} = \frac{l_1}{l_0} = \sqrt{1-\frac{\triangle_1^2}{c^2}}\,;$$

$$K_{t1} = \frac{t_1}{t_0} = 1\Big/\sqrt{1 - \frac{\triangle_1^2}{c^2}}\,;$$

$$K_{l1}K_{t1} = \frac{K_{\triangle 1}}{K_{\triangle 1}} = 1\,.$$

Собственный коэффициент коррекции в параллельной ИСО имеет вид:

$$K_{\triangle 1} = \sqrt{1 - \frac{\triangle_1^2}{c^2}}\,;\quad (\triangle_1 - \text{собственная относительная скорость}).$$

Заключение

С данного момента, дальнейшее развитие Элементарной теории относительности (ЭТО) зависит от интерпретации собственной относительной скорости. Здесь есть две принципиальные возможности:

1. Доказать, что собственная относительная скорость частицы в параллельной ИСО равна скорости движения альтернативной частицы в основной ИСО, $\triangle_1 = v_0$. В этом случае ЭТО полностью подтверждает Специальную теорию относительности (СТО), но **нарушается третий закон Ньютона** для равнодействующих сил в неравноправных системах отсчёта[6]. Скорости в противоположных ИСО связаны соотношением:

$$v_1 = v_0\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right).$$

2. Использовать уравнение (7) предыдущего параграфа (П.12). Решить уравнение относительно обобщённой скорости $\triangle$. Затем использовать коэффициенты коррекции и найти выражение для собственной относительной скорости, $\triangle_1 = v_0/\sqrt{1 + v_0^2/c^2}$. Скорости в противоположных ИСО связаны соотношением:

$$v_1 = v_0\Big/\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right).$$

Элементарная Теория Относительности была написана очень давно и экспромтом. «РАЗДЕЛ ВТОРОЙ (Относительное движение)» чрезмерно раздут и детализирован, читать достаточно трудно. Сказалась нехватка опыта написания статей в интернете. Автор долгое время не решался на разработку второго варианта теории, считал его некорректным. Вариант противоречил всем основам классического понимания относительного движения, в том числе и понятию подвижных систем отсчёта. Однако, многочисленные парадоксы СТО и критика в интернете заставили автора вернутся к второму варианту интерпретации относительной скорости. В результате родилась «ВЕРСИЯ Элементарной теории относительности» в которой **выполняется третий закон Ньютона** для неравноправных систем отсчёта. «ВЕРСИЯ» изложена на сайте автора в Google, https://halmich.ru и в журнале «ДНА», №56, под редакцией С.И Хмельник., 2022г. (publisherdna@gmal.com).

Литература:

1. Джеймс Трефил / 200 законов мироздания; — Москва; Гелеос, 2007.— 528 с. – ISBN978-5-8189-0807-6(в пер.). (http://kyiv-heritage-guide.com/sites/default/files/%D0%A2%D0%A0%D0%95%D0%A4%D0%98%D0%9B%20-%20200%20%D0%B7%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%B2%20%D0%BC%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B7%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F%202007%20528%D1%81.pdf) .

2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики., Главная редакция физико-математической литературы изд-ва ≪ Наука ≫, 1970г., 478 стр. (http://mechanicsrgsu.narod.ru/Targ.pdf) .

3. Касаткина И. Л. Репетитор по физике. Электромагнетизм. Колебания и волны. Оптика. Элементы теории относительности и атомного ядра. / Под ред. Т.В. Шкиль. — Ростов н/Д; изд-во ≪ Феникс ≫, 2000. — 896с. – ISBN 5-222-01327-8, ББК22.3Я72 – К 38. (https://obuchalka.org/2012111668048/repetitor-po-fizike-tom-2-elektromagnetizm-kolebaniya-i-volni-optika-kasatkina-i-l-2006.html) .

4. Википедия. http:// ru. Wikipedia. org/wiki/ Специальная теория относительности.

5. А. Эйнштейн. К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ. interstellar – flight. ru/03/kedt.pdf 15 февраля 2010. (http://path-2.narod.ru/02/03/kedt.pdf).

6. Халецкий М. Б., Элементарная теория относительности., , https://halmich.ru .