

# Эффект Комптона (ВЕРСИЯ)

---

*Халецкий Михаил Борисович*

*Израиль, г. HADERA, 2023 г.*

*hal123mih@gmail.com*

## АННОТАЦИЯ

**Новое объяснение эффекта Комптона** на основе ВЕРСИИ Элементарной теории относительности. Определение относительной длины рентгеновских волн и скорости движения свободного электрона.

**Ключевые слова:** модель атома; импульс и кинетическая энергия; длина волны фотона; свободные электроны, стартовая скорость.

## Содержание

1. Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом
2. Обоснование отсутствия импульса
3. Утверждение
4. Столкновение частиц
5. Теория
6. Относительная длина волны
7. Задачи

## П.1 Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом

В зависимости от соотношения энергии  $h\nu$  рентгеновского фотона и энергии ионизации  $A_u$  атома вещества имеют место три основных процесса взаимодействия:

1. Когерентное рассеяние без изменения длины волны фотона ( $h\nu < A_u$ );
2. Фотоэффект ( $h\nu \geq A_u$ );
3. Рассеяние фотонов с изменением длины волны, эффект Комптона ( $h\nu \gg A_u$ ).

### Фотоэффект

При фотоэффекте рентгеновское излучение целиком поглощается веществом, в результате чего вылетают электроны из глубинных оболочек атомов. Фотоэффект описывается уравнением Эйнштейна:

$$h\nu = A_u + \frac{mv_{max}^2}{2},$$

где  $mv_{max}^2/2$  – кинетическая энергия электрона вышедшего за пределы вещества. Эффект сопровождается ионизацией атомов и последующим заполнением вакантных мест электронами внешних оболочек.

### Эффект Комптона

Нормальный эффект Комптона отличается тем, что при взаимодействии с атомом вещества энергия  $h\nu$  налетающего фотона, в жестком диапазоне рентгеновском волн  $10 \cdot 10^{-3} \text{ нм} < \lambda < 10 \text{ нм}$ , расходуется на увеличение кинетической энергии **свободного электрона** и образование нового **рассеянного фотона** с энергией  $h\nu'$  (большей длины волны).

Теоретической основой эффекта Комптона является отсутствие у слабо связанных электронов механического импульса или им можно пренебречь по сравнению с импульсом налетающего фотона. Условно считают, что такие электроны находятся в состоянии покоя. Как правило, это валентные электроны легких атомов.

## П.2 Обоснование отсутствия импульса

Согласно модели атома Бора принято считать, что электроны равномерно вращаются вокруг положительно заряженного ядра на стационарных орбитах. На самой высокой орбите **кинетическая энергия валентных электронов** минимальная. Однако, равномерное движение по окружности не единственный способ существования электронов в составе атома. Для начала обратимся к классической механике.

В классической механике твёрдую равномерно вращающуюся точку можно разделить на  $2\pi$  равных частиц. Частицы **равномерно распределяют по окружности** и сохраняют жёсткие геометрические связи с центром вращения. Энергия вращения инвариант.

Заменим процесс вращения исходной точки на эквивалентные колебания мелких частиц относительно друг друга. Все частицы будут периодически испытывать взаимные упругие столкновения без потери импульсов и энергии (внешние силы отсутствуют). Скорость движения каждой частицы становится знакопеременной величиной. Её эффективное значение за период колебаний равно скорости равномерного вращения исходной точки по окружности. Образуется **сферически симметричная колебательная система с элементами вращения** (рис. 1). Для замкнутой механической системы в целом ( $2n$  – разбиений) суммарный импульс и кинетическая энергия вращения равны:

$$\vec{p}_k = \sum_{i=1}^{i=2n} \vec{p}_i = 0, \text{ суммарный линейный импульс системы;}$$

$$E_k = \sum_{i=1}^{i=2n} E_{ki} = 2n \frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2}, \text{ кинетическая энергия системы.}$$

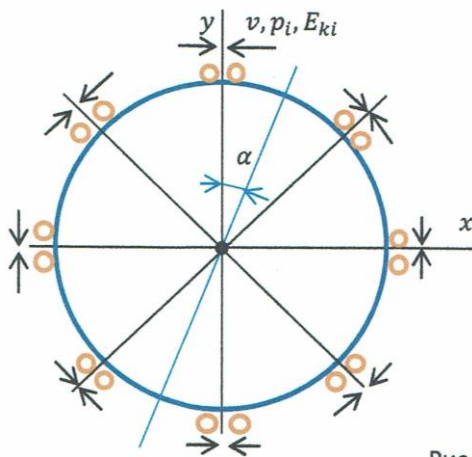


Рис. 1

В сферической системе координат картина соударений частиц периодически смещается на угол  $\alpha$ . Разбиение:  $\frac{m}{16}$ ,  $2n = 16$ ,  $n = 8$ .

Когда описывают вращательное движение материальной точки под действием центральной силы, используют законы сохранения момента импульса и кинетической энергии, **сам импульс игнорируют**. Для колебательной механической системы это не совсем правильно. В момент изменения направлений векторов скорости частиц, жёсткие связи с центром вращения не дают им разбежаться в разные стороны. **Векторная сумма всех импульсов в системе равна нулю**. Картина импульсов сферически симметричных колебаний (рис.1) приведена без учёта сил взаимного электростатического отталкивания. Если частицы имеют одинаковые электрические заряды, то они не доходят до прямого столкновения и скачком меняют направление движения на обратное. Такие гармонические колебания кинетической энергии без потерь в окружающую среду характерны для **стоячих продольных волн** [1]. Следовательно, распределённый на орбите атома электрон может не иметь пространственного механического импульса и условно находится в состоянии покоя с минимальной кинетической энергией.

### П.3 Утверждение

Столкновение свободного электрона (из состояния условного покоя) с налетающим фотоном жесткого рентгеновского излучения происходит в два этапа:

1) На первом этапе образуются импульс и энергия собственного вращения электрона **без линейного движения**,  $p'_{er}$  – линейный аналог импульса вращательного движения. Выражения этих параметров записываются в эквивалентной релятивистской форме через **стартовую скорость**  $\vec{v}_s$ . Направление стартовой скорости предвидеть невозможно.

$$p'_{er} = \frac{m_e v_s}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

$$E'_{er} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}} = I \frac{\omega_s^2}{2}. \quad (2)$$

2) На втором этапе происходит разделение энергии столкновения на классическую и релятивистскую составляющие (рекомбинация)[2]. Формулы обобщённого импульса и обобщённой кинетической энергии записываются через действующую скорость **поступательного движения**  $\vec{v}$  в алгебраической форме:

$$p_n = p_{es} + p_{er} = m_e v + \frac{m_e v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

$$E_n = E_{es} + E_{er} = \frac{m_e v^2}{2} + m_e c^2 - \frac{m_e v^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_e v^2}{2} + I \frac{\omega^2}{2}. \quad (4)$$

3) Из равенства энергий движения и старта ( $E_n = E'_{er}$ ) устанавливается связь между стартовой скоростью и действующей скоростью поступательного движения. Ведём дополнительные безразмерные функции:

$$X(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{и} \quad Y(v_s) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}. \quad (5)$$

Функции связаны двумя взаимнообратными выражениями:

$$Y = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{X^2} \right) + X; \quad (6)$$

$$X^3 + X^2(0.5 - Y) - 0.5 = 0.$$

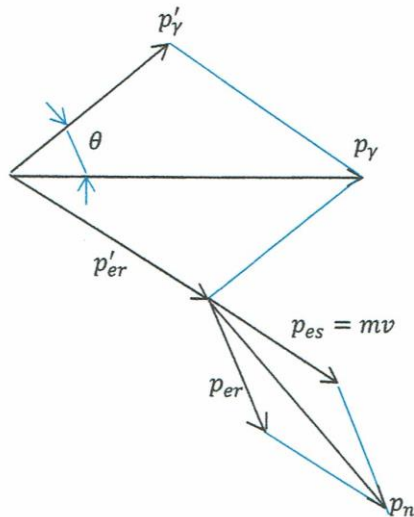
Зная одну из скоростей, всегда можно рассчитать вторую.

**От автора:** Кто не верит в отдельные этапы ускорения электрона из состояния покоя посмотрите, как стартует гоночный автомобиль. С пробуксовкой. Не больше и не меньше,

ровно столько, чтобы обеспечить эффективное сцепление с дорогой в направлении движения.

## П.4 Столкновение частиц

Расчётная диаграмма старта и последующего движения электрона.



$p_\gamma$ , импульс фотона до столкновения;

$p'_\gamma$ , импульс фотона после столкновения;

$p'_{er}$  релятивистский импульс электрона на старте;

$p_{er}$ , релятивистская составляющая импульса движения;

$p_{es}$ , поступательная составляющая импульса движения;

$p_n$ , обобщённый импульс электрона в движении.

Рис. 2

## П.5 Теория

Разница энергий налетающего и рассеянного фотона уходит на образование **стартовой** релятивистской энергии и стартового релятивистского импульса свободного электрона из состояния покоя. Релятивистские составляющие связаны соотношением (ВЕРСИЯ – ЭТО) [3],

$$E'_{er}{}^2 = 2m_e c^2 E'_{er} - p'_{er}{}^2 c^2. \quad (7)$$

Где:  $m_e$  – масса электрона,  $9,11 \cdot 10^{-31}$  кг;

$c$  – скорость света,  $30 \cdot 10^7$  м/с.

Импульс и энергия фотонов до и после столкновения связаны соотношениями:

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c}; \quad E_\gamma = h\nu; \quad p'_\gamma = \frac{h\nu'}{c}; \quad E'_\gamma = h\nu'. \quad (8)$$

Где:  $h$  – постоянная Планка,  $6,626 \cdot 10^{-34}$  дж · с;

$\nu$  – частота налетающего фотона, Гц;

$\nu'$  – частота рассеянного фотона, Гц.

Векторный баланс линейных импульсов фотона и электрона до столкновения,

$$\vec{p}_\gamma + \sum \vec{p}_i = \vec{p}_\gamma + 0 = \vec{p}_\gamma. \quad (9)$$

Баланс импульсов и энергии электрона после столкновения:

$$\vec{p}'_{er} = \vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma ; \quad (10)$$

$$E'_{er} = h\nu - h\nu' . \quad (11)$$

Из формул (8,10,) и диаграммы импульсов (рис. 2) следует,

$$p'^2_{er}c^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos \theta .$$

С учётом релятивистского соотношения (7), образуется система уравнений:

$$2m_e c^2 E'_{er} - E'^2_{er} = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos \theta ; \quad (12)$$

$$E'_{er} = h\nu - h\nu' .$$

Из системы уравнений следует основное выражения для эффекта Комптона,

$$2m_e c^2 (h\nu - h\nu') - (h\nu - h\nu')^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos \theta .$$

Преобразуем последнее уравнение к промежуточному виду,

$$\frac{m_e c^2}{h} \left( \frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{\nu^2 + \nu'^2}{\nu\nu'} - (1 + \cos \theta) . \quad (13)$$

Данный вид уравнения отличается от аналогичных выражений, полученных на основе классической механики и Специальной теории относительности Эйнштейна (СТО).

Для близких частот,

$$\lim_{\nu' \rightarrow \nu} \frac{\nu^2 + \nu'^2}{\nu\nu'} \cong 2 . \quad (14)$$

В упрощённом виде,

$$\frac{m_e c^2}{h} \left( \frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = 1 - \cos \theta .$$

Длины волн налетающего и рассеянного фотонов:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}; \quad \lambda' = \frac{c}{\nu'} .$$

Разность длин волн:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad (15)$$

Где,  $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2.426 \cdot 10^{-3}$  нм – **длина волны Комптона** для электрона в нанометрах.

Разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от первоначальной длины волны  $\lambda$  и природы рассеивающего вещества. Формула приближения частот (14) справедлива в диапазоне жестких рентгеновских волн  $10 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \leq \lambda \leq 10 \text{ нм}$ . Для сравнения: радиус первой орбиты атома водорода  $r_1 = 53 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$ ; размеры атомов различных элементов в твёрдом теле порядка  $1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ нм} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$ . Таким образом, вариант упрощения (формула 14) близок к действительности, подтверждается эффект Комптона.

Закон сохранения энергии в эффекте Комптона с рассеянными фотонами и появлением подвижных электронов отдачи можно записать следующим образом:

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}} \quad (16)$$

Где,  $v_s$  – **стартовая** скорость свободного электрона.

При полном отражении налетающего фотона от атома, дополнительных подвижных электронов в веществе не образуется,

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = 0 \quad (17)$$

## П.6 Относительная длина волны

Запишем уравнение (16) в следующем виде:

$$\frac{h}{m_e c} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_c^2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}};$$

где  $\lambda_c^2 = \lambda \cdot \lambda'$  – относительная (**среднегеометрическая**) длина волны в квадрате.

Используя уравнение Комптона (15) получим полезное соотношение,

$$2 \left( \frac{\lambda \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda_c} \right)^2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}} = 1 - Y(v_s) \quad (18)$$

Из данного соотношения можно определить **стартовую скорость** электрона после столкновения его с налетающим фотоном (*в рентгеновском диапазоне волн*). **Для каждой длины волны фотона и угла отражения будет существовать собственный по скорости электрон отдачи.**

## П.6 Задачи

1. Найти стартовую скорость электрона отдачи и действующую скорость поступательного движения в эффекте Комптона при длине волны фотона  $70 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$ , если угол отражения равен  $110^\circ$ . Скорость света принимается  $c = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ .

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 70 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \\ \theta = 110^\circ \\ v_s = ?, v = ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \lambda' = \lambda + 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \text{ длина волны рассеянного фотона.} \\ \lambda' = 70 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 2,4263 \cdot 10^{-3} \sin^2 \frac{110^\circ}{2} = 73,256 \cdot 10^{-3} \text{ нм.} \end{array}$$

Относительная длина волны (среднегеометрическая) равна,

$$\lambda_c = \sqrt{\lambda \lambda'} = \sqrt{70 \cdot 73,256} \cdot 10^{-3} = 71,609 \cdot 10^{-3} \text{ нм.}$$

По формуле (18),

$$2 \left( \frac{\Lambda \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda_c} \right)^2 = 2 \left( \frac{2,4263 \cdot 10^{-3}}{71,609 \cdot 10^{-3}} \sin \frac{110^\circ}{2} \right)^2 = 0,001541.$$

Тогда:  $\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}} = \frac{1}{1 - 0,001541} = 1,0015434$ ;  $Y(v_s) = 1 - 0,001541 = 0,998459$ ;

$$\frac{v_s^2}{c^2} = (1,0015434)^2 - 1 = 0,03089$$
;  $\frac{v_s}{c} = \sqrt{0,03089} = 0,055580$ .

Решаем кубическое уравнение (6):

$$X^3 + X^2(0,5 - 0,998459) - 0,5 = 0; \quad X(v) = 0,99923;$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{X^2} - 1 = \frac{1}{0,99923^2} - 1 = 0,0015418; \quad \frac{v}{c} = \sqrt{0,0015418} = 0,039266.$$

Ответ:  $v_s = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} \cdot 0,05558 = 1,6674 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ ; стартовая скорость;

$v = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} \cdot 0,039266 = 1,1780 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ ; действующая скорость.

Выбитый с орбиты электрон отдачи уже является релятивистским. Диапазон релятивистских скоростей от  $0,10946 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  до  $30 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  (скорость света).

**2.** Условие задачи совпадает с примером 1, но длина волны фотона  $700 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$ . Найти стартовую скорость и действующую скорость поступательного движения.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 700 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \\ \theta = 110^\circ \\ v_s = ?, v = ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \lambda' = 700 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 2,4263 \cdot 10^{-3} \cdot \sin^2 \frac{110^\circ}{2} = 703,256 \cdot 10^{-3} \text{ нм.} \\ \lambda_c = \sqrt{700 \cdot 703,256} \cdot 10^{-3} = 701,6 \cdot 10^{-3} \text{ нм.} \end{array}$$

По формуле (18),

$$2 \left( \frac{2,4263 \cdot 10^{-3}}{701,6 \cdot 10^{-3}} \sin \frac{110^\circ}{2} \right)^2 = 1,605 \cdot 10^{-5} = 0,00001605.$$

Тогда:  $\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}} = \frac{1}{1 - 0,00001605} = 1,00001605$ ;  $Y(v_s) = 1 - 0,00001605 = 0,99998395$ ;



$$\frac{v_s^2}{c^2} = (1,00001605)^2 - 1 = 3,21008 \cdot 10^{-5} = 0,0000321008;$$

$$\frac{v_s}{c} = \sqrt{0,0000321008} = 0,005666.$$

Решаем кубическое уравнение (6):

$$X^3 + X^2(0,5 - 0,99998395) - 0,5 = 0; \quad X(v) = 0,9999919750;$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{X^2} - 1 = 0,0000160502; \quad \frac{v}{c} = \sqrt{0,0000160502} = 0,0040062701.$$

Ответ:  $v_s = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} * 0,005666 = 0,16998 \cdot 10^7 \text{ м/с} \approx 0,17 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  ;

$$v = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} * 0,0040062701 = 0,12019 \cdot 10^7 \text{ м/с} \approx 0,12 \cdot 10^7 \text{ м/с} .$$

Выбитый с орбиты электрон отдачи находится на нижнем пределе релятивистских скоростей[4],  $v_{min} = 0,10946 * 10^7 \text{ м/с}$  . Для сравнения, скорость вращения электрона на первой орбите атома Бора  $v \approx 0,22 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  , на второй –  $v \approx 0,11 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  .

**3.** Используя соотношения неопределённости Гейзенберга, найти в предыдущих задачах стартовое время электрона (время релаксации). Условие Гейзенберга,

$$\Delta E_r \cdot \Delta t \geq h.$$

Из формул (2) и (4) следует,

$$\Delta E_r = E'_{er} - E_{er} = E_s = \frac{m_e v^2}{2} .$$

Время старта (релаксации),

$$\Delta t = \frac{2h}{m_e v^2} .$$

$$\text{Задача №1: } \Delta t = \frac{2 * 6,626 * 10^{-34}}{9,11 * 10^{-31} * 1,178^2 * 10^{14}} = 1,05 \cdot 10^{-17} \text{ с}.$$

$$\text{Задача №2: } \Delta t = \frac{2 * 6,626 * 10^{-34}}{9,11 * 10^{-31} * 0,12019^2 * 10^{14}} = 100 \cdot 10^{-17} \text{ с}.$$

## Источники

1. М. Б. Халецкий., “О структуре релятивистского электрона”., 2022г., <https://halmich.ru>
2. М. Б. Халецкий., “Тормозное излучение и квантовая механика электрона”., журнал “ДНА”, выпуск №53, под редакцией С. И. Хмельник, 2021г., [publisherdna@gmail.com](mailto:publisherdna@gmail.com) .
3. М. Б. Халецкий., “ВЕРСИЯ Элементарной теории относительности (ЭТО)”., 2019г., <https://halmich.ru> ., публикации.

4. М. Б. Халецкий., “Постоянная тонкой структуры”., 2021г., <https://halmich.ru> ., публикации.

5. А. Короткова., “Взаимодействие фотонов с веществом”.,  
<http://nuclphys.sinp.msu.ru/photon/10.pdf>

6. Боднарь О. Б., Часть III «Элементы квантовой механики», Москва 2015, Министерство образования РФ. [http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/texthtml/ch5\\_2.htm](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/texthtml/ch5_2.htm)

7. Эффект Комптона – Википедия.  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%84%D1%84%D0%B5%D0%BA%D1%82\\_%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%84%D1%84%D0%B5%D0%BA%D1%82_%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0)

8. Эффект Комптона\*) – Открытый Колледж., Физика. ( [physics.ru](http://physics.ru)> content >chapter5> paragraph3> theory ).