

Эффект Комптона (ВЕРСИЯ)

Халецкий Михаил Борисович

Израиль, г. HADERA, 2023 г.

hal123mih@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Новое объяснение эффекта Комптона на основе ВЕРСИИ Элементарной теории относительности. Определение относительной длины рентгеновских волн и скорости движения свободного электрона.

Ключевые слова: модель атома; импульс и кинетическая энергия; длина волны фотона; свободные электроны, стартовая скорость.

Содержание

1. Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом
2. Обоснование отсутствия импульса
3. Утверждение
4. Столкновение частиц
5. Теория
6. Относительная длина волны
7. Задачи

П.1 Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом

В зависимости от соотношения энергии $h\nu$ рентгеновского фотона и энергии ионизации A_u атома вещества имеют место три основных процесса взаимодействия:

1. Когерентное рассеяние без изменения длины волны фотона ($h\nu < A_u$);
2. Фотоэффект ($h\nu \geq A_u$);
3. Рассеяние фотонов с изменением длины волны, эффект Комптона ($h\nu \gg A_u$).

Фотоэффект

При фотоэффекте рентгеновское излучение целиком поглощается веществом, в результате чего вылетают электроны из глубинных оболочек атомов. Фотоэффект описывается уравнением Эйнштейна:

$$h\nu = A_u + \frac{mv_{max}^2}{2},$$

где $mv_{max}^2/2$ – кинетическая энергия электрона вышедшего за пределы вещества. Эффект сопровождается ионизацией атомов и последующим заполнением вакантных мест электронами внешних оболочек.

Эффект Комптона

Нормальный эффект Комптона отличается тем, что при взаимодействии с атомом вещества энергия $h\nu$ налетающего фотона, в жестком диапазоне рентгеновском волн $10 \cdot 10^{-3} \text{ нм} < \lambda < 10 \text{ нм}$, расходуется на увеличение кинетической энергии **свободного электрона** и образование нового **рассеянного фотона** с энергией $h\nu'$ (большей длины волны).

Теоретической основой эффекта Комптона является отсутствие у слабо связанных электронов механического импульса или им можно пренебречь по сравнению с импульсом налетающего фотона. Условно считают, что такие электроны находятся в состоянии покоя. Как правило, это валентные электроны легких атомов.

П.2 Обоснование отсутствия импульса

Согласно модели атома Бора принято считать, что электроны равномерно вращаются вокруг положительно заряженного ядра на стационарных орбитах. На самой высокой орбите **кинетическая энергия валентных электронов** минимальная. Однако, равномерное движение по окружности не единственный способ существования электронов в составе атома. Для начала обратимся к классической механике.

В классической механике твёрдую равномерно вращающуюся точку можно разделить на $2n$ равных частиц. Частицы **равномерно распределяют по окружности** и сохраняют жёсткие геометрические связи с центром вращения. Энергия вращения инвариант.

Заменим процесс вращения исходной точки на эквивалентные колебания мелких частиц относительно друг друга. Все частицы будут периодически испытывать взаимные упругие столкновения без потери импульсов и энергии (внешние силы отсутствуют). Скорость движения каждой частицы становится знакопеременной величиной. Её эффективное значение за период колебаний равно скорости равномерного вращения исходной точки по окружности. Образуется **сферически симметричная колебательная система с элементами вращения** (рис. 1). Для замкнутой механической системы в целом ($2n$ – разбиений) суммарный импульс и кинетическая энергия вращения равны:

$$\vec{p}_k = \sum_{i=1}^{i=2n} \vec{p}_i = 0, \text{ суммарный линейный импульс системы;}$$

$$E_k = \sum_{i=1}^{i=2n} E_{ki} = 2n \frac{m v^2}{2} = \frac{m v^2}{2}, \text{ кинетическая энергия системы.}$$

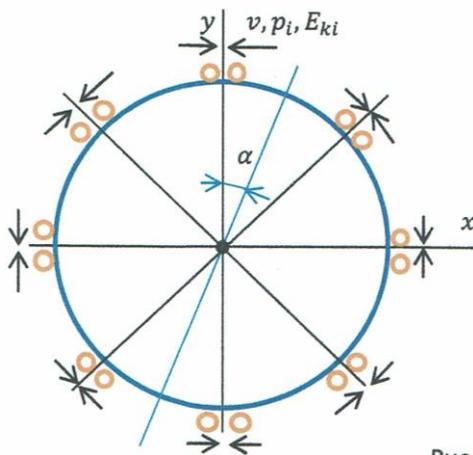


Рис. 1

В сферической системе координат картина соударений частиц периодически смещается на угол α . Разбиение: $\frac{m}{16}$, $2n = 16$, $n = 8$.

Когда описывают вращательное движение материальной точки под действием центральной силы, используют законы сохранения момента импульса и кинетической энергии, **сам импульс игнорируют**. Для колебательной механической системы это не совсем правильно. В момент изменения направлений векторов скорости частиц, жёсткие связи с центром вращения не дают им разбежаться в разные стороны. **Векторная сумма всех импульсов в системе равна нулю**. Картина импульсов сферически симметричных колебаний (рис.1) приведена без учёта сил взаимного электростатического отталкивания. Если частицы имеют одинаковые электрические заряды, то они не доходят до прямого столкновения и скачком меняют направление движения на обратное. Такие гармонические колебания кинетической энергии без потерь в окружающую среду характерны для **стоячих продольных волн** [1]. Следовательно, распределённый на орбите атома электрон может не иметь пространственного механического импульса и условно находится в состоянии покоя с минимальной кинетической энергией.

П.3 Утверждение

Столкновение свободного электрона (из состояния условного покоя) с налетающим фотоном жесткого рентгеновского излучения происходит в два этапа:

1) На первом этапе образуются импульс и энергия собственного вращения электрона **без линейного движения**, p'_{er} – линейный аналог импульса вращательного движения. Выражения этих параметров записываются в эквивалентной релятивистской форме через **стартовую скорость** \vec{v}_s . Направление стартовой скорости предвидеть невозможно.

$$p'_{er} = \frac{m_e v_s}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

$$E'_{er} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}} = I \frac{\omega_s^2}{2}. \quad (2)$$

2) На втором этапе происходит разделение энергии столкновения на классическую и релятивистскую составляющие (рекомбинация)[2]. Формулы обобщённого импульса и обобщённой кинетической энергии записываются через действующую скорость **поступательного движения** \vec{v} в алгебраической форме:

$$p_n = p_{es} + p_{er} = m_e v + \frac{m_e v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

$$E_n = E_{es} + E_{er} = \frac{m_e v^2}{2} + m_e c^2 - \frac{m_e v^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_e v^2}{2} + I \frac{\omega^2}{2}. \quad (4)$$

3) Из равенства энергий движения и старта ($E_n = E'_{er}$) устанавливается связь между стартовой скоростью и действующей скоростью поступательного движения. Ведём дополнительные безразмерные функции:

$$X(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{и} \quad Y(v_s) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}. \quad (5)$$

Функции связаны двумя взаимнообратными выражениями:

$$Y = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{X^2} \right) + X; \quad (6)$$

$$X^3 + X^2(0.5 - Y) - 0.5 = 0.$$

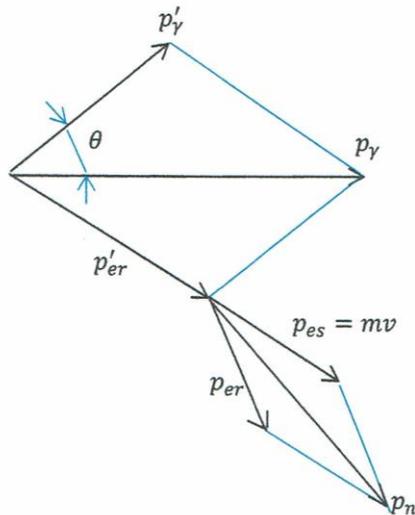
Зная одну из скоростей, всегда можно рассчитать вторую.

От автора: Кто не верит в отдельные этапы ускорения электрона из состояния покоя посмотрите, как стартует гоночный автомобиль. С пробуксовкой. Не больше и не меньше,

ровно столько, чтобы обеспечить эффективное сцепление с дорогой в направлении движения.

П.4 Столкновение частиц

Расчётная диаграмма старта и последующего движения электрона.



p_γ , импульс фотона до столкновения;

p'_γ , импульс фотона после столкновения;

p'_{er} релятивистский импульс электрона на старте;

p_{er} , релятивистская составляющая импульса движения;

p_{es} , поступательная составляющая импульса движения;

p_n , обобщённый импульс электрона в движении.

Рис. 2

П.5 Теория

Разница энергий налетающего и рассеянного фотона уходит на образование **стартовой** релятивистской энергии и стартового релятивистского импульса свободного электрона из состояния покоя. Релятивистские составляющие связаны соотношением (ВЕРСИЯ – ЭТО) [3],

$$E'_{er}{}^2 = 2m_e c^2 E'_{er} - p'_{er}{}^2 c^2. \quad (7)$$

Где: m_e – масса электрона, $9,11 \cdot 10^{-31}$ кг;

c – скорость света, $30 \cdot 10^7$ м/с.

Импульс и энергия фотонов до и после столкновения связаны соотношениями:

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c}; \quad E_\gamma = h\nu; \quad p'_\gamma = \frac{h\nu'}{c}; \quad E'_\gamma = h\nu'. \quad (8)$$

Где: h – постоянная Планка, $6,626 \cdot 10^{-34}$ дж · с;

ν – частота налетающего фотона, Гц;

ν' – частота рассеянного фотона, Гц.

Векторный баланс линейных импульсов фотона и электрона до столкновения,

$$\vec{p}_\gamma + \sum \vec{p}_i = \vec{p}_\gamma + 0 = \vec{p}_\gamma. \quad (9)$$

Баланс импульсов и энергии электрона после столкновения:

$$\vec{p}'_{er} = \vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma ; \quad (10)$$

$$E'_{er} = h\nu - h\nu' . \quad (11)$$

Из формул (8,10,) и диаграммы импульсов (рис. 2) следует,

$$p'^2_{er}c^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos \theta .$$

С учётом релятивистского соотношения (7), образуется система уравнений:

$$2m_e c^2 E'_{er} - E'^2_{er} = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos \theta ; \quad (12)$$

$$E'_{er} = h\nu - h\nu' .$$

Из системы уравнений следует основное выражения для эффекта Комптона,

$$2m_e c^2 (h\nu - h\nu') - (h\nu - h\nu')^2 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h^2\nu\nu' \cos \theta .$$

Преобразуем последнее уравнение к промежуточному виду,

$$\frac{m_e c^2}{h} \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{\nu^2 + \nu'^2}{\nu\nu'} - (1 + \cos \theta) . \quad (13)$$

Данный вид уравнения отличается от аналогичных выражений, полученных на основе классической механики и Специальной теории относительности Эйнштейна (СТО).

Для близких частот,

$$\lim_{\nu' \rightarrow \nu} \frac{\nu^2 + \nu'^2}{\nu\nu'} \cong 2 . \quad (14)$$

В упрощённом виде,

$$\frac{m_e c^2}{h} \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = 1 - \cos \theta .$$

Длины волн налетающего и рассеянного фотонов:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} ; \quad \lambda' = \frac{c}{\nu'} .$$

Разность длин волн:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2} ; \quad (15)$$

Где, $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2.426 \cdot 10^{-3}$ нм – **длина волны Комптона** для электрона в нанометрах.

Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от первоначальной длины волны λ и природы рассеивающего вещества. Формула приближения частот (14) справедлива в диапазоне жестких рентгеновских волн $10 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \leq \lambda \leq 10 \text{ нм}$. Для сравнения: радиус первой орбиты атома водорода $r_1 = 53 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$; размеры атомов различных элементов в твёрдом теле порядка $1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ нм} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$. Таким образом, вариант упрощения (формула 14) близок к действительности, подтверждается эффект Комптона.

Закон сохранения энергии в эффекте Комптона с рассеянными фотонами и появлением подвижных электронов отдачи можно записать следующим образом:

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}. \quad (16)$$

Где, v_s – **стартовая** скорость свободного электрона.

При полном отражении налетающего фотона от атома, дополнительных подвижных электронов в веществе не образуется,

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = 0. \quad (17)$$

П.6 Относительная длина волны

Запишем уравнение (16) в следующем виде:

$$\frac{h}{m_e c} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_c^2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}};$$

где $\lambda_c^2 = \lambda \cdot \lambda'$ – относительная (**среднегеометрическая**) длина волны в квадрате.

Используя уравнение Комптона (15) получим полезное соотношение,

$$2 \left(\frac{\lambda \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda_c} \right)^2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}} = 1 - Y(v_s). \quad (18)$$

Из данного соотношения можно определить **стартовую скорость** электрона после столкновения его с налетающим фотоном (*в рентгеновском диапазоне волн*). **Для каждой длины волны фотона и угла отражения будет существовать собственный по скорости электрон отдачи.**

П.6 Задачи

1. Найти стартовую скорость электрона отдачи и действующую скорость поступательного движения в эффекте Комптона при длине волны фотона $70 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$, если угол отражения равен 110° . Скорость света принимается $c = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 70 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \\ \theta = 110^\circ \\ v_s = ?, v = ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \lambda' = \lambda + 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}, \text{ длина волны рассеянного фотона.} \\ \lambda' = 70 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 2,4263 \cdot 10^{-3} \sin^2 \frac{110^\circ}{2} = 73,256 \cdot 10^{-3} \text{ нм.} \end{array}$$

Относительная длина волны (среднегеометрическая) равна,

$$\lambda_c = \sqrt{\lambda \lambda'} = \sqrt{70 \cdot 73,256} \cdot 10^{-3} = 71,609 \cdot 10^{-3} \text{ нм.}$$

По формуле (18),

$$2 \left(\frac{\Lambda \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda_c} \right)^2 = 2 \left(\frac{2,4263 \cdot 10^{-3}}{71,609 \cdot 10^{-3}} \sin \frac{110^\circ}{2} \right)^2 = 0,001541.$$

Тогда: $\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}} = \frac{1}{1 - 0,001541} = 1,0015434$; $Y(v_s) = 1 - 0,001541 = 0,998459$;

$$\frac{v_s^2}{c^2} = (1,0015434)^2 - 1 = 0,03089$$
; $\frac{v_s}{c} = \sqrt{0,03089} = 0,055580$.

Решаем кубическое уравнение (6):

$$X^3 + X^2(0,5 - 0,998459) - 0,5 = 0; \quad X(v) = 0,99923;$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{X^2} - 1 = \frac{1}{0,99923^2} - 1 = 0,0015418; \quad \frac{v}{c} = \sqrt{0,0015418} = 0,039266.$$

Ответ: $v_s = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} \cdot 0,05558 = 1,6674 \cdot 10^7 \text{ м/с}$; стартовая скорость;

$v = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} \cdot 0,039266 = 1,1780 \cdot 10^7 \text{ м/с}$; действующая скорость.

Выбитый с орбиты электрон отдачи уже является релятивистским. Диапазон релятивистских скоростей от $0,10946 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ до $30 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ (скорость света).

2. Условие задачи совпадает с примером 1, но длина волны фотона $700 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$. Найти стартовую скорость и действующую скорость поступательного движения.

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 700 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \\ \theta = 110^\circ \\ v_s = ?, v = ? \end{array} \right| \begin{array}{l} \lambda' = 700 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 2,4263 \cdot 10^{-3} \cdot \sin^2 \frac{110^\circ}{2} = 703,256 \cdot 10^{-3} \text{ нм.} \\ \lambda_c = \sqrt{700 \cdot 703,256} \cdot 10^{-3} = 701,6 \cdot 10^{-3} \text{ нм.} \end{array}$$

По формуле (18),

$$2 \left(\frac{2,4263 \cdot 10^{-3}}{701,6 \cdot 10^{-3}} \sin \frac{110^\circ}{2} \right)^2 = 1,605 \cdot 10^{-5} = 0,00001605.$$

Тогда: $\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}} = \frac{1}{1 - 0,00001605} = 1,00001605$; $Y(v_s) = 1 - 0,00001605 = 0,99998395$;

$$\frac{v_s^2}{c^2} = (1,00001605)^2 - 1 = 3,21008 \cdot 10^{-5} = 0,0000321008;$$

$$\frac{v_s}{c} = \sqrt{0,0000321008} = 0,005666.$$

Решаем кубическое уравнение (6):

$$X^3 + X^2(0,5 - 0,99998395) - 0,5 = 0; \quad X(v) = 0,9999919750;$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{X^2} - 1 = 0,0000160502; \quad \frac{v}{c} = \sqrt{0,0000160502} = 0,0040062701.$$

Ответ: $v_s = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} * 0,005666 = 0,16998 \cdot 10^7 \text{ м/с} \approx 0,17 \cdot 10^7 \text{ м/с}$;

$$v = 30 \cdot 10^7 \text{ м/с} * 0,0040062701 = 0,12019 \cdot 10^7 \text{ м/с} \approx 0,12 \cdot 10^7 \text{ м/с} .$$

Выбитый с орбиты электрон отдачи находится на нижнем пределе релятивистских скоростей[4], $v_{min} = 0,10946 * 10^7 \text{ м/с}$. Для сравнения, скорость вращения электрона на первой орбите атома Бора $v \approx 0,22 \cdot 10^7 \text{ м/с}$, на второй — $v \approx 0,11 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

3. Используя соотношения неопределённости Гейзенберга, найти в предыдущих задачах стартовое время электрона (время релаксации). Условие Гейзенберга,

$$\Delta E_r \cdot \Delta t \geq h.$$

Из формул (2) и (4) следует,

$$\Delta E_r = E'_{er} - E_{er} = E_s = \frac{m_e v^2}{2} .$$

Время старта (релаксации),

$$\Delta t = \frac{2h}{m_e v^2} .$$

$$\text{Задача №1: } \Delta t = \frac{2 * 6,626 * 10^{-34}}{9,11 * 10^{-31} * 1,178^2 * 10^{14}} = 1,05 \cdot 10^{-17} \text{ с}.$$

$$\text{Задача №2: } \Delta t = \frac{2 * 6,626 * 10^{-34}}{9,11 * 10^{-31} * 0,12019^2 * 10^{14}} = 100 \cdot 10^{-17} \text{ с}.$$

Источники

1. М. Б. Халецкий., “О структуре релятивистского электрона”., 2022г., <https://halmich.ru>
2. М. Б. Халецкий., “Тормозное излучение и квантовая механика электрона”., журнал “ДНА”, выпуск №53, под редакцией С. И. Хмельник, 2021г., publisherdna@gmail.com .
3. М. Б. Халецкий., “ВЕРСИЯ Элементарной теории относительности (ЭТО)”., 2019г., <https://halmich.ru> ., публикации.

4. М. Б. Халецкий., “Постоянная тонкой структуры”., 2021г., <https://halmich.ru> ., публикации.

5. А. Короткова., “Взаимодействие фотонов с веществом”., <http://nuclphys.sinp.msu.ru/photon/10.pdf>

6. Боднарь О. Б., Часть III «Элементы квантовой механики», Москва 2015, Министерство образования РФ. http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/texthtml/ch5_2.htm

7. Эффект Комптона – Википедия.
https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%84%D1%84%D0%B5%D0%BA%D1%82_%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0

8. Эффект Комптона*) – Открытый Колледж., Физика. (physics.ru> content >chapter5> paragraph3> theory).