

СБОРКА Элементарной теории относительности

Haletsky Mihail

ISRAEL, HADERA, 2023.

(hal123mih@gmail.com)

АНАТАЦИЯ

Перечень принципов и формул Элементарной теории относительности. Следствия теории соотношения масштабов в неподвижных системах отсчёта.

Содержание

1. Предисловие
2. Элементарная теория относительности
3. ВЕРСИЯ Элементарной теории относительности
4. Преобразования Лоренца
5. Релятивистский эффект Доплера
6. Тормозное излучение и квантовая механика электрона
7. Постоянная тонкой структуры и прецессия электрона
8. Размер свободного электрона
9. О структуре релятивистского электрона
10. Эффект Комптона
11. Абберация света
12. Системы отсчёта в релятивистской механике
13. Перечень основных параметров релятивистской частицы
14. Источники информации

1. Предисловие

В абсолютном пространстве Ньютона заданы две параллельные инерциальные системы отсчёта. Системы различаются масштабами единиц измерения длины, времени и массы. Пространственные углы инварианты. Абсолютное пространство принимается за единую систему отсчёта. Все системы равноправны пока одна из них не выделена в качестве основной. Оси и начала координат параллельных систем непрерывно совпадают в пространстве единой системы отсчёта. В лабораторной (основной) системе отсчёта скорость света постоянная величина.

Любую материальную точку можно разделить пополам и разместить в параллельных системах отсчёта. Между точками устанавливается жесткая геометрическая связь в поперечном направлении. Такие материальные точки считаются альтернативными. Они постоянно совпадают в пространстве и времени параллельных систем. Точки имеют собственные единицы измерений длины, времени и массы в собственных системах отсчёта.

Прямоугольная система координат (x, y, z) используется для анализа прямолинейного движения точки. Естественная система координат (τ, n, b) используется для анализа криволинейного движения точки. Альтернативные материальные точки совершают взаимное поступательное движение.

Принципы элементарной теории относительности

1. Любые физические процессы, записанные в безразмерных единицах (соотношения), совпадают по значениям во всех инерциальных системах отсчёта.
2. Скорость света - инвариант в базовой (лабораторной) системе отсчёта.
3. Для альтернативных частиц из соседних систем отсчёта действует третий закон Ньютона.

2. Элементарная теория относительности

Следствия принципов Элементарной теории относительности:

1. Использование начальных нулевых условий по скорости, длине и времени движения позволяют получать интегральные соотношения параметров соседних систем отсчёта без применения дифференциального анализа;
2. Внешний силовой импульс из соседней системы отсчёта должен уравниваться соответствующим изменением количества движения частицы в собственной системе отсчёта;
3. Численное равенство относительных сил в замкнутой механической системе не зависит от метрики собственных систем отсчёта.

Связь интервалов длины и времени:

$$\Delta l_1 = \Delta l_0 K_l ;$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_0 K_t ;$$

$$K_l K_t = 1 .$$

Здесь l_0, l_1 и t_0, t_1 расстояния и время движения точек в параллельных (соседних) системах отсчёта из начала координат. K_l, K_t - безразмерные коэффициенты связи длины и времени в параллельных системах отсчёта. Нижние индексы 0 и 1 означают принадлежность к собственным системам отсчёта.

Связь относительных сил, силовых импульсов и количества движения:

$$F_{\tau 1} t_1 = m_0 v_0 ;$$

$$F_{\tau 0} t_0 = m_1 v_1 ;$$

$$|\vec{F}_{\tau 1}| = |\vec{F}_{\tau 0}| \quad (\text{Третий закон Ньютона}).$$

Здесь: $m_0, m_1, v_0, v_1, F_{\tau 0}, F_{\tau 1}$ - массы, скорости и относительные силы в собственных системах отсчёта.

Условия равновесия альтернативных материальных точек в пространстве и времени, базовые соотношения:

$$1. \quad l_1 t_1 = l_0 t_0 ;$$

$$2. \quad m_1 l_1 = m_0 l_0 ;$$

$$3. \quad m_0 t_1 = m_1 t_0 ;$$

$$4. \quad \frac{m_1^2 l_1}{t_1} = \frac{m_0^2 l_0}{t_0} ;$$

$$5. \quad m_1^2 v_1 = m_0^2 v_0 .$$

$$6. \quad \omega_1 t_1 = \omega_0 t_0$$

Обобщённая относительная скорость:

$$\Delta = \frac{l_1}{t_0} = \frac{l_0}{t_1} ;$$

$$\Delta^2 = v_0 v_1 ;$$

$$\vec{\Delta} \perp \vec{v}_1, \vec{v}_0 .$$

Равносторонний треугольник, это обозначение относительной скорости в текстах и формулах.

3. ВЕРСИЯ Элементарной теории относительности

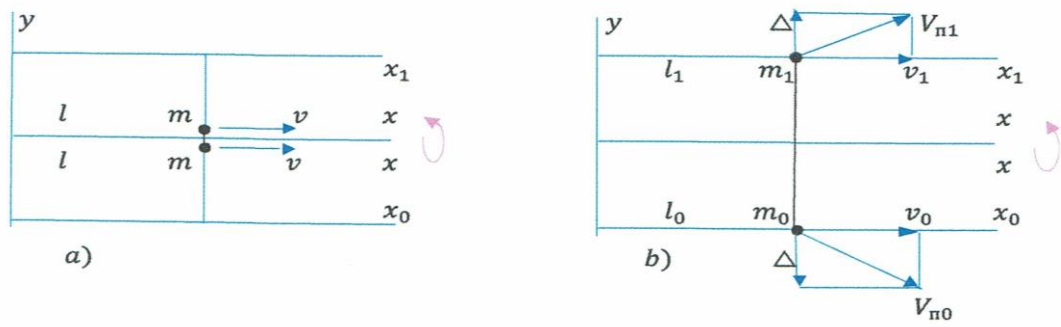
3.1) Запись квадратов линейных импульсов для равноправных систем отсчёта:

$$V_{п1}^2 m_1^2 = v_1^2 m_1^2 + \Delta^2 m_1^2;$$

$$V_{п0}^2 m_0^2 = v_0^2 m_0^2 + \Delta^2 m_0^2;$$

$$v_1^2 m_1^2 + \Delta^2 m_1^2 = v_0^2 m_0^2 + \Delta^2 m_0^2.$$

Здесь $V_{п0}$, $V_{п1}$ суммарные скорости движения точек вдоль траектории с учётом поперечного вращения.



a) Альтернативные точки в абсолютной системе отсчёта.

b) Альтернативные точки в параллельных системах отсчёта.

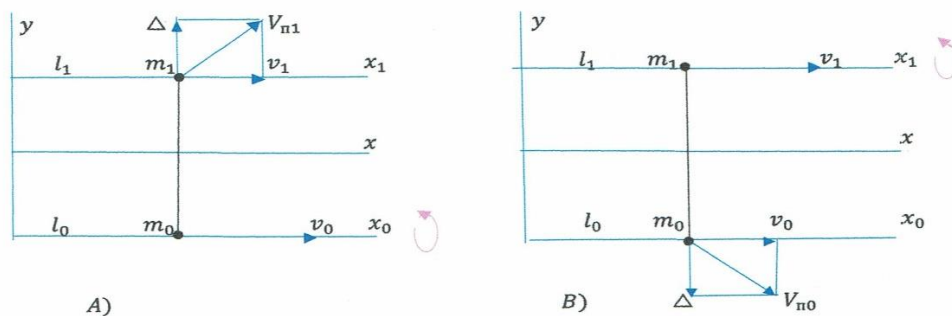
3.2) Запись квадратов линейных импульсов для не равноправных систем отсчёта:

$$A) V_{п1}^2 m_1^2 = v_1^2 m_1^2 + \Delta^2 m_1^2;$$

$$\Delta^2 m_1^2 = v_0^2 m_0^2.$$

$$B) V_{п0}^2 m_0^2 = v_0^2 m_0^2 + \Delta^2 m_0^2;$$

$$\Delta^2 m_0^2 = v_1^2 m_1^2.$$



A) За базу (лабораторию) принимается система отсчёта с нижним индексом 0. Соседняя система считается параллельной.

B) За базу (лабораторию) принимается система отсчёта с нижним индексом 1. Соседняя система считается параллельной.

3.3) Частное решение системы уравнений для варианта А).

В базовой (лабораторной) системе отсчёта скорость света постоянная величина, $c_0 = c = 30 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. Решение ищется в виде соотношения v_1/v_0 . Уравнения приводятся к следующему виду:

$$m_1^2 c^2 = v_1^2 m_1^2 + \Delta^2 m_1^2;$$

$$m_1^2 c^2 = v_0^2 m_0^2.$$

Соотношения расстояний, времени, массы и скорости движения:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2}{c^2}}};$$

$$l_1 = l_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta^2}{c^2}};$$

$$t_1 = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2}{c^2}}};$$

$$v_1 = v_0 \left(1 - \frac{\Delta^2}{c^2}\right);$$

$$V_{\Pi 1}^2 = v_1^2 + \Delta^2.$$

Обобщённая относительная скорость:

$$\frac{l_1}{t_0} = \frac{l_0}{t_1} = \Delta = v_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta^2}{c^2}};$$

$$\Delta_1^2 = \frac{v_0^2 c^2}{c^2 + v_0^2} = \frac{v_0^2}{1 + \frac{v_0^2}{c^2}}.$$

Здесь Δ_1 расчётная относительная скорость вращения в параллельной системе отсчёта. В базовой системе отсчёта относительная скорость не определяется.

Расчётная относительная скорость меняет форму записи соотношений:

$$m_1 = m_0 / \sqrt{1 - \frac{\Delta_1^2}{c^2}} = m_0 \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}};$$

$$l_1 = l_0 \sqrt{1 - \frac{\Delta_1^2}{c^2}} = l_0 / \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}};$$

$$t_1 = t_0 / \sqrt{1 - \frac{\Delta_1^2}{c^2}} = t_0 \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}};$$

$$c_1 = c / \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}}; \quad (\text{из } m_1^2 c_1 = m_0^2 c).$$

$$v_1 = v_0 \left(1 - \frac{\Delta_1^2}{c^2}\right) = \frac{v_0}{1 + \frac{v_0^2}{c^2}}; \text{ при } \begin{cases} v_0 = 0, v_1 = 0 \\ v_0 \ll c, v_1 \approx v_0 \\ v_0 = c, v_1 = \frac{c}{2} \end{cases}$$

$$V_{п1}^2 = v_1^2 + \Delta_1^2 = \frac{v_0^2}{\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^2} + \frac{v_0^2}{1 + \frac{v_0^2}{c^2}}; \text{ при } \begin{cases} v_0^2 = 0, V_{п1}^2 = 0 \\ v_0^2 \ll c^2, V_{п1}^2 \cong 2v_0^2 \\ v_0^2 = c^2, V_{п1}^2 = \frac{3}{4}c^2 \end{cases}$$

Каждому значению скорости v_0 соответствует своя параллельная система отсчёта.

Уравнения динамики точки для варианта А), начальные нулевые условия по скорости и времени:

$$F_{\tau 1} t_1 = m_0 v_0 = m_1 \Delta_1;$$

$$|\vec{F}_{\tau 1}| = |\vec{F}_{\tau 0}|; \text{ (Третий закон Ньютона)}$$

$$F'_{\tau 0} t_0 = m_0 v_0;$$

$$|\vec{F}'_{\tau 0}| \neq |\vec{F}_{\tau 0}|.$$

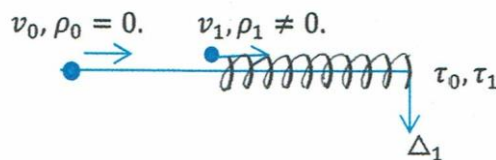
Здесь $F'_{\tau 0}$ внешняя сила Ньютона в базовой системе отсчёта вдоль траектории движения. Последняя система уравнений приводится к виду:

$$F_{\tau 0} t_0 = \frac{m_0 v_0}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}}};$$

$$F'_{\tau 0} t_0 = m_0 v_0;$$

$$(F'_{\tau 0} + F_{\tau 0}) t_0 = m_0 v_0 + \frac{m_0 v_0}{\sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}}}.$$

На материальную точку в базовой системе отсчёта действуют два силовых импульса. Классический импульс Ньютона и релятивистский импульс из параллельной системы отсчёта. Можно предположить, что релятивистский импульс является линейным аналогом собственного кручения точки. Сумма импульсов равна обобщённому механическому импульсу вдоль траектории движения. Движение точки происходит по винтовой линии с бесконечно малым радиусом вращения.



3.4) Форма записи обобщённого линейного импульса и кинетической энергии свободной частицы в лабораторной системе отсчёта (нижние индексы отменяются):

$$p = mv + \frac{mv}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Результирующая сила, действующая на частицу:

$$F = \frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt} + m \frac{dv}{dt} \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Результирующее ускорение, действующее на частицу:

$$a = a_\tau + a_\tau \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Полная кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = E_s + E_r.$$

Соотношение энергии и импульса:

$$E_r = mc^2 - \frac{c^2}{v} p_r;$$

$$E_r^2 = 2E_r mc^2 - p_r^2 c^2.$$

Здесь:

$E_r = (E_k - \frac{mv^2}{2})$ – релятивистская составляющая полной кинетической энергии точки;

$p_r = (p - mv)$ – релятивистская составляющая полного механического импульса;

mc^2 – собственная энергия материальной точки;

p_s – классический механический импульс Ньютона.

Эффективная масса материальной точки:

$$M = m + m / \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}.$$

Для свободных безмассовых частиц типа фотон внешние силы и силы инерции отсутствуют. Действуют соотношения:

$$E_r = \frac{c^2}{v} |p_s - p_r| \Rightarrow E_\gamma = c \cdot p_\gamma; \text{ (electromagnetic pulse).}$$

Фотон не может взяться ниоткуда, должно быть тело или система тел, которая излучает его. После излучения фотон забывает свой источник и существует самостоятельно без массы.

4. Преобразования Лоренца

Для событий, разобъённых в пространстве и времени, преобразования Лоренца вытекают из анализа причинно-следственных связей. Примером таких событий является

начало движения альтернативных по массе точек из разных центров координат в разное время. Прямые и обратные преобразования координат связаны математическим формализмом и не объясняют физической разницы происходящих событий.

Одномерные преобразования координат и времени приводят к результатам в масштабах основной и параллельной систем отсчёта. Вывод формул на основе синхронизации часов в различных точках пространства дан в отдельной статье.

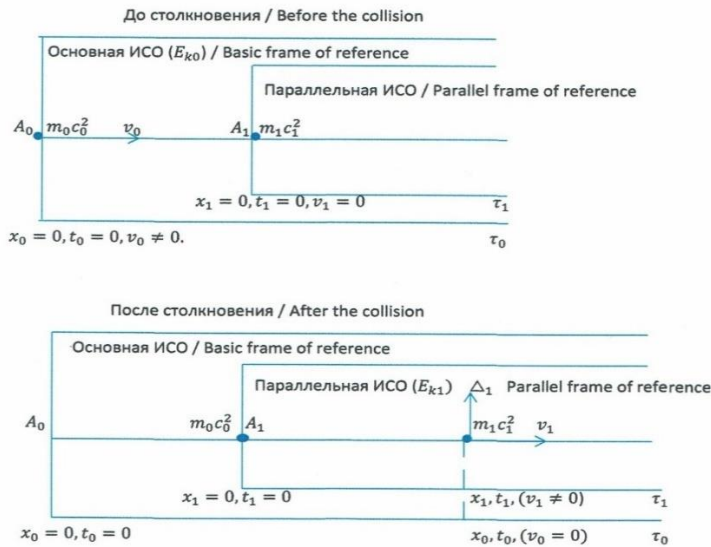
<p>Прямые преобразования. Положение точки m_1 в основной ИСО через координаты параллельной ИСО. Direct transformations. The position of the point m_1 in the base frame of reference through the coordinates of the parallel frame of reference.</p>	<p>Обратные преобразования. Положение точки m_0 в параллельной ИСО через координаты основной ИСО. Reverse transformations. The position of the point m_0 in the parallel frame of reference through the coordinates of the base frame of reference.</p>
$x_0 = x_1 \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} + v_0 t_1 \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ $t_0 = t_1 \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} + x_1 \frac{v_0}{c^2} \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $y_0 = y_1 = 0$ $z_0 = z_1 = 0$	$x_1 = \frac{x_0 - v_0 t_0}{\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{1/2}} \frac{1}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)}$ $t_1 = \frac{t_0 - x_0 \frac{v_0}{c^2}}{\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}} \frac{1}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)}$ $y_1 = y_0 = 0$ $z_1 = z_0 = 0$

Энергетический обмен.

Точка m_0 выбивает точку m_1 из центра координат A_1 , останавливается и замещает её в параллельной системе отсчёта. Её координаты в параллельной ИСО имеют нулевые значения и нулевую линейную скорость. Собственная энергия точки $m_0 c^2$ в основной ИСО сохраняется без изменений. Процесс замещения соответствует обратным преобразования Лоренца.

Точка m_1 после удара приобретает в параллельной ИСО собственный линейный механический импульс. Собственная энергия точки $m_1 c_1^2$ сохраняется без изменений. Точка движется одновременно в двух системах отсчёта. Связь координат и времени между двумя ИСО соответствует прямым преобразованиям Лоренца. Рассматривается упругое соударение материальных точек без потерь кинетической энергии в окружающую среду.

Иллюстрация обмена энергией.



При столкновении материальных точек на стыке координат, параллельная система отсчёта пытается заместить основную ИСО. Возникает конфликт систем отсчёта на релятивистских скоростях. Параметры основной ИСО начинают зависеть от параметров параллельной системы.

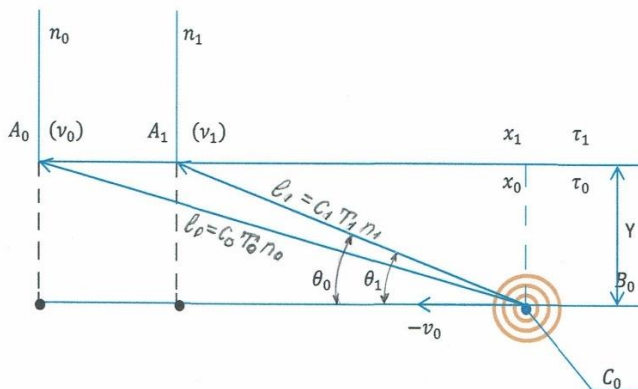
Связь энергий в альтернативных ИСО вытекает из соотношений:

$$\frac{v_0}{c_0} = \frac{v_1}{c_1}; \quad m_0^2 v_0 = m_1^2 v_1;$$

$$E_{k1} = E_{k0} \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right)^{-\frac{3}{2}}.$$

5. Релятивистский эффект Доплера

В абсолютном пространстве Ньютона заданы две параллельные системы отсчёта и источник электромагнитных сигналов постоянной частоты. Одна из параллельных систем отсчёта принимается за базу, вторая остаётся параллельной. Источник движется в вакууме, скорость источника известна только в базовой системе отсчёта. В центрах координат параллельных систем (A_0, A_1) находятся приёмники сигналов. Требуется найти соотношения частот излучения и приёма сигнала в разных системах отсчёта.



Здесь:

$$l_0 = c_0 T_0 n_0 = \lambda_0 n_0 ;$$

$$l_1 = c_1 T_1 n_1 = \lambda_1 n_1 ;$$

$c_0 = c \approx 30 * 10^7 \text{ m/s}$ – скорость света в основной системе отсчёта;

$c_1 = c / \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)$ – скорость света в параллельной системе отсчёта;

T_0, T_1 – периоды принимаемых сигналов;

λ_0, λ_1 – длины волн принимаемых сигналов.

В силу основного принципа относительности:

$$\frac{l_0}{\lambda_0} = \frac{l_1}{\lambda_1} = n_0 = n_1 = n.$$

Здесь, n – количество циклов колебаний приёмников сигнала из ряда натуральных чисел 1, 2, 3, 4, 5, Принимаем $n = 1$.

Источник излучения находится в одной из параллельных систем отсчёта. Применим прямые и обратные преобразования координат Лоренца. Находим соотношения частот для двух вариантов расположения источника сигналов.

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{1 - \beta \cos \theta_1}{\sqrt{1 + \beta^2}} ; \quad \nu_1 = \nu_0 \frac{1 - \beta^2}{\sqrt{1 + \beta^2}(1 + \beta \cos \theta_0)} .$$

Здесь, $\beta = v_0/c$.

Совместим центры координат в одну точку. Тогда, $\cos \theta_0 = \cos \theta_1 = \cos \theta$. Обозначим отношение частот, $\nu_1/\nu_0 = \gamma$. Исключаем из уравнений общий косинус. Запишем генеральное уравнение для продольного эффекта Доплера. Уравнение имеет четыре инверсионных решения:

$$\gamma^2(1 + \beta^2) - 2\gamma\sqrt{1 + \beta^2} + (1 - \beta^2) = 0.$$

Корни уравнения при постоянном значении ν_0 :

$$1) \quad \gamma = \frac{1 - \beta}{\sqrt{1 + \beta^2}} \rightarrow \nu_1 = \nu_0 \frac{1 - \beta}{\sqrt{1 + \beta^2}} ;$$

$$2) \quad \gamma = \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 + \beta^2}} \rightarrow \nu_1' = \nu_0 \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 + \beta^2}} .$$

Корни уравнения при постоянном значении ν_1 :

$$3) \quad \gamma^{-1} = \frac{\sqrt{1 + \beta^2}}{1 - \beta} \rightarrow \nu_0 = \nu_1 \frac{\sqrt{1 + \beta^2}}{1 - \beta} ;$$

$$4) \quad \gamma^{-1} = \frac{\sqrt{1 + \beta^2}}{1 + \beta} \rightarrow \nu_0' = \nu_1 \frac{\sqrt{1 + \beta^2}}{1 + \beta} .$$

Для отдельно взятой **параллельной** системы отсчёта: ν_1' – частота источника сигнала; ν_1 – частота приёма сигнала, β – меняет знак:

$$\nu_1 = \nu'_1 \frac{1-\beta}{1+\beta} \text{ — красное смещение;}$$

$$\nu_1 = \nu'_1 \frac{1+\beta}{1-\beta} \text{ — синее смещение.}$$

Для отдельно взятой **основной** системы отсчёта: ν'_0 — частота источника сигнала; ν_0 — частота приёма сигнала, β — меняет знак:

$$\nu_0 = \nu'_0 \frac{1+\beta}{1-\beta} \text{ — синее смещение;}$$

$$\nu_0 = \nu'_0 \frac{1-\beta}{1+\beta} \text{ — красное смещение.}$$

Существует два поперечных эффекта Доплера. Источник сигнала постоянно вращается вокруг общего центра координат. Приёмник сигнала принадлежит или центру A_0 , или центру A_1 . Соответственно излучатель располагается в противоположной ИСО:

$$\nu_0 = \nu_1 \frac{\sqrt{1+\beta^2}}{1-\beta^2}; \quad \nu_0 \in A_0;$$

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}}; \quad \nu_1 \in A_1.$$

Из разложения функций в ряды Тейлора можно утверждать, для $|\beta| \ll 1$:

$$\sqrt{1+\beta^2}^{-1} \cong \sqrt{1-\beta^2}^{+1}.$$

Последние формулы приводятся к виду поперечного эффекта Рёмера:

$$\nu_0 \cong \nu_1 (1 - \beta^2)^{-\frac{3}{2}}; \quad \nu_1 \cong \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}.$$

6. Тормозное излучение и квантовая механика электрона

Непрерывное изменение энергии электрона без излучения фотонов:

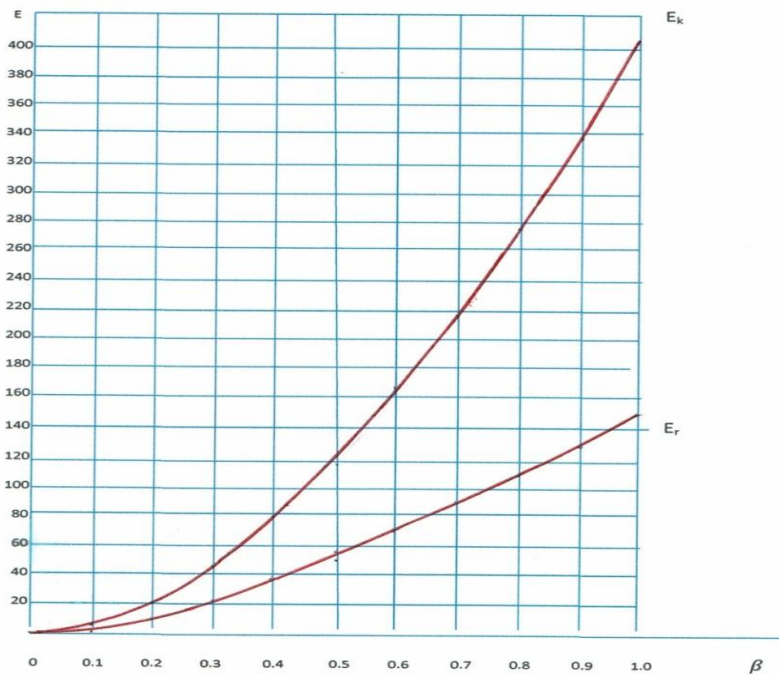
$$E_{ki} = \frac{m_e v_i^2}{2} + m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_i^2}{c^2}}} = E_{si} + E_{ri}.$$

Здесь:

m_e — масса электрона, $9,1 * 10^{-31}$ (kg);

v — линейная скорость электрона, (m/s);

c — скорость света, $30 * 10^7$, (m/s).



Элементарный квант релятивистской энергии электрона:

$$E_{ri} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_i^2}{c^2}}} = h\nu_i$$

Квантовое уменьшение энергии электрона в тормозном электрическом поле:

$$E_{si} = E_{ki} - E_{ri} ;$$

Излучается первичный квант электромагнитной энергии (фотон) определённой частоты. Происходит последующее восстановление формы записи полной кинетической энергии.

$$E_{k,(i+1)} = E_{si} ;$$

$$v_{i+1} < v_i$$

$$\frac{m_e v_i^2}{2} = \frac{m_e v_{i+1}^2}{2} + m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_{i+1}^2}{c^2}}} .$$

Полная энергия движения электрона после рекомбинации равна классической кинетической составляющей энергии до рекомбинации.

Рекомбинация энергии приводит к уравнениям в безразмерных единицах:

$$x_{i+1}^3 + x_{i+1}^2(5 - 2x_i) + x_{i+1}(8 - 6x_i + x_i^2) - (4x_i - x_i^2) = 0$$

Здесь, $x_i = \frac{v_i^2}{c^2}$; $x_{i+1} = \frac{v_{i+1}^2}{c^2}$ — квадраты отношения скоростей.

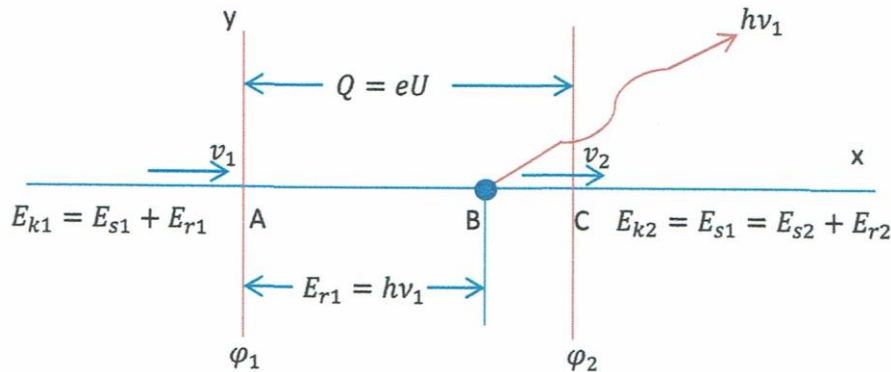
Считая, что начальная скорость электрона $v_1 \cong c$ и $x_1 = 1$, первое уравнение рекомбинации принимает вид:

$$x_2^3 + 3x_2^2 + 3x_2 - 3 = 0.$$

Корни уравнения: $x_1 = 0,59$; $x_1 = -1,79 + 1,37i$; $x_1 = -1,79 - 1,37i$.

Скорость электрона после первичной рекомбинации:

$$\frac{v_2^2}{c^2} = 0,59; \quad \frac{v_2}{c} = 0,7681; \quad v_2 \approx 23,0 * 10^7 \text{ m/s}.$$



Здесь:

Q – энергетическая ширина барьера, $\langle eV \rangle$;

h – постоянная Планка, $6,626 * 10^{-34} \langle J * s \rangle$;

e – заряд электрона, $1,602 * 10^{-19} \langle C \rangle$;

U – разность эл. потенциалов на границах барьера, $\langle V \rangle$;

v_1 – частота излучения, $\langle Hz \rangle$.

Полная кинетическая энергия состоит из суммы релятивистских квантов:

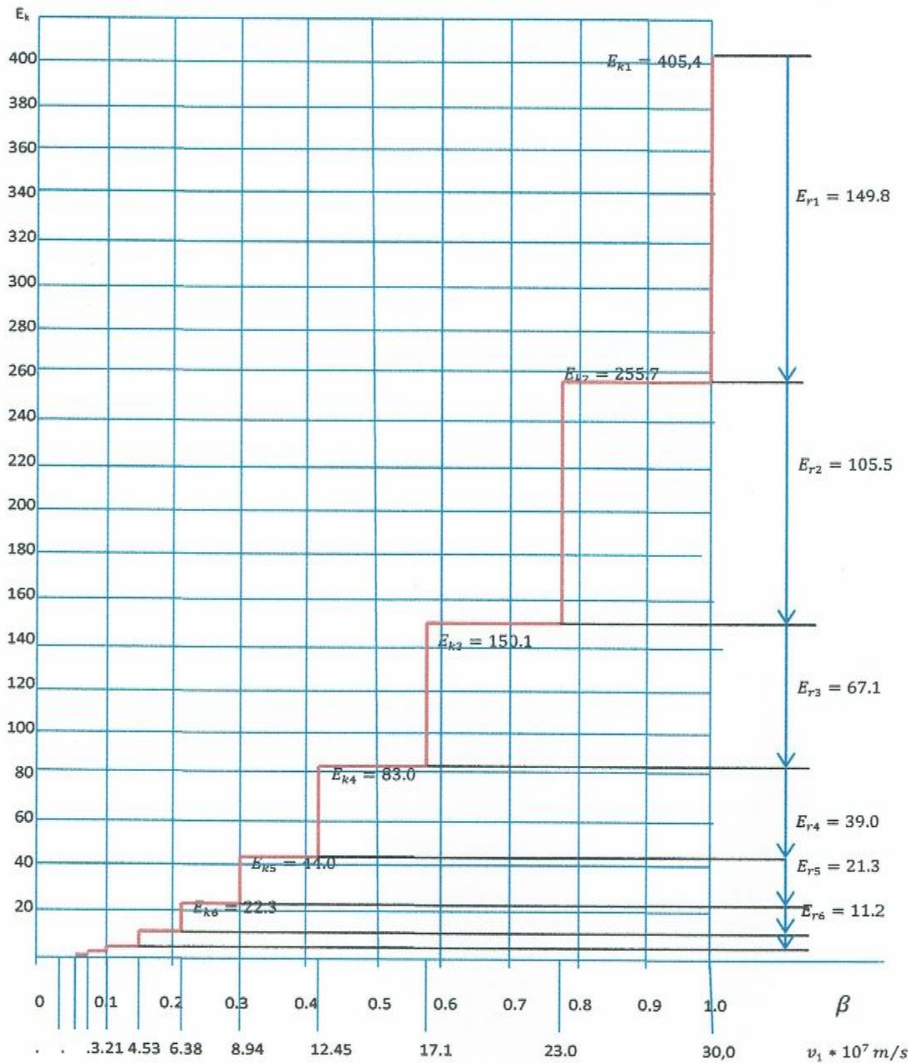
$$E_k = \sum E_{ri} + E_{k \min}; \quad (E_{k \min} \ll E_k)$$

$E_{k \min} = \frac{mv_{\min}^2}{2}$, минимальная порция кинетической энергии в классическом виде.

Ниже приводится расчёт параметров для первых 11 шагов рекомбинации энергии.

$v_i * 10^7 \text{ m/s}$	$\beta_i = \frac{v_i}{c}$	$x_i = \left(\frac{v_i}{c}\right)^2$	$E_{ki} \text{ keV}$	$E_{ri} = hv_i \text{ keV}$	$v_i * 10^{19} \text{ Hz}$	$\lambda_i * 10^{-3} \text{ nm}$	$T_i * 10^{-19} \text{ s}$
v_1 30.00	1.0000	1,000000	405,4	149,80	3,62	8,29	0,276
v_2 23.00	0,7664	0,587401	255,7	105,50	2,55	11,76	0,392
v_3 17.10	0,5700	0,324934	150,1	67,10	1,62	18,49	0,617
v_4 12.45	0,4160	0,172199	83,0	39,00	0,94	31,91	1,064
v_5 8.94	0,2981	0,088857	44,0	21,30	0,51	58,29	1,923
v_6 6.38	0,2125	0,045166	22,3	11,20	0,27	111,1	3,704
v_7 4.53	0,1509	0,022774	11,6	5,72	0,138	217,4	7,246
v_8 3.21	0,1069	0,011436	5,81	2,90	0,070	428,0	14,286

v_9	2.27	0,0756	0,005730	2,92	1,46	0,035	857,0	28,571
v_{10}	1.61	0,0536	0,002868	1,47	0,735	0,0177	1695,0	56,500
v_{11}	1.14	0,0379	0,001435	1,105	0,368	0,00834	3597,1	119,904



В квантовом режиме, отдав последний возможный фотон излучения, электрон скачком теряет релятивистские свойства. Должно оставаться то минимальное количество кинетической энергии, которое необходимо для возвращения электрона на стационарную орбиту атома вещества.

$$E_{rmin} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_{min}^2}{c^2}}} = h\nu_{min}$$

Здесь:

E_{rmin} — минимальный порог квантования энергии;

v_{min} — минимальная скорость рекомбинации.

Запись обобщённого линейного импульса свободного электрона:

$$p = m_e v + \frac{m_e v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}.$$

После каждого акта рекомбинации энергии должен выполняться закон сохранения записи суммарного геометрического импульса системы в векторной форме:

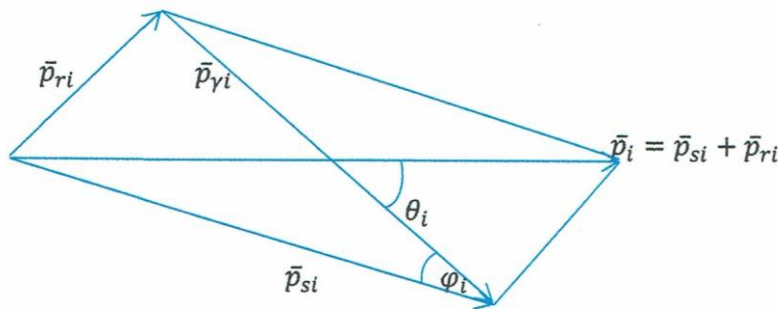
$$\vec{p}_i = \vec{p}_{si} + \vec{p}_{ri};$$

$$\vec{p}_{\gamma i} = \vec{p}_{si} - \vec{p}_{ri}.$$

Здесь:

\vec{p}_i – вектор суммарного геометрического импульса электрона;

$\vec{p}_{\gamma i}$ – вектор электромагнитного импульса тормозного фотона.



Запись соотношений импульсов для произвольного кванта энергии:

$$p_i p_{\gamma i} \cos \theta_i = p_{si}^2 - p_{ri}^2;$$

$$p_{si} = m_e v_i;$$

$$p_i^2 = 2p_{si}^2 + 2p_{ri}^2 - p_{\gamma i}^2;$$

$$p_{\gamma i} = \frac{c}{v_i} (p_{si} - p_{ri});$$

$$p_{ri} = \frac{m_e v_i}{\sqrt{1 + \frac{v_i^2}{c^2}}};$$

$$\frac{h v_i}{c} = p_{\gamma i}.$$

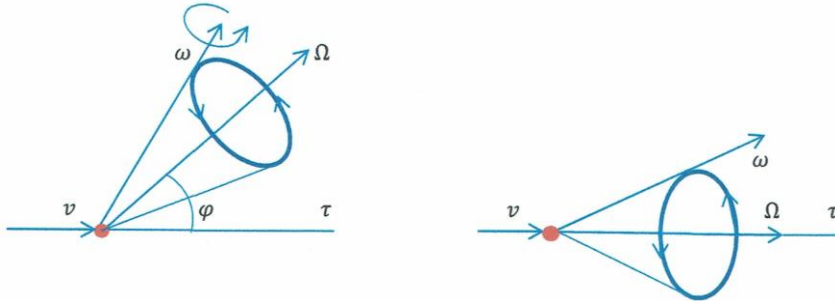
Реальный угол наблюдения излучения фотонов определяется выражением:

$$\cos \varphi_i = \frac{p_{si}^2 - p_{ri}^2 + p_{\gamma i}^2}{2p_{si} p_{\gamma i}} = \cos(\vec{p}_{si}; \vec{p}_{\gamma i}).$$

В качестве тормозного поля, как правило, выступают многослойные электронные оболочки атомов вещества.

7. Постоянная тонкой структуры и прецессия электрона

Электрон в атомной физике — это прежде всего материальная частица и только потом носитель электрического заряда. С большой долей вероятности можно ожидать прецессию оси вращения электрона относительно траектории движения τ . Частота прецессии обычно обозначается символом Ω .



Из предыдущей главы, уравнение рекомбинации энергии сводится к уравнению рекомбинации скоростей:

$$x_{i+1}^3 + x_{i+1}^2(5 - 2x_i) + x_{i+1}(8 - 6x_i + x_i^2) - (4x_i - x_i^2) = 0,$$

Здесь: $x_i = \frac{v_i^2}{c^2}$; $x_{i+1} = \frac{v_{i+1}^2}{c^2}$; — отношение квадратов скоростей.

Обозначим соседние пороговые скорости через v_1 и v_2 . Уравнение преобразуется к простому виду.

$$(x_2 - x_1 + 2)^2(1 + x_2) - 4 = 0.$$

Полагаем, что баланс переменных и констант отличается на очень небольшую величину $|\pm\delta^2| \ll 1$.

Тогда:

$$(x_2 - x_1 + 2)^2(1 + x_2) - 4 = \pm\delta^2;$$

$$\text{или } (x_2 - x_1 + 2)^2 = \frac{4 \pm \delta^2}{1 + x_2}.$$

Процесс рекомбинации скорости должен прекращаться при положительных значениях кинетической энергии. Принимаем δ^2 с отрицательным знаком. Если уравнения рекомбинации энергии претендуют на фундаментальную форму записи, то для δ должны выполняться следующие требования:

1. δ^2 — много меньше единицы / much less than unity;
2. δ — выбирается из числа безразмерных физических констант.

На роль такой величины может претендовать только постоянная тонкой структуры α , ($\alpha = 7.297\ 352\ 569\ 3 \cdot 10^{-3}$).

Рекомбинация кинетической энергии:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2 \sqrt{1 - \frac{\alpha^2}{4}}}{\sqrt{1 + \frac{v_2^2}{c^2}}}.$$

Корень квадратный в числителе дроби разлагается в ряд Тейлора, $\sqrt{1 - \alpha^2/4} \approx 1 - \alpha^2/8$.

Полная кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E_k \cong \frac{mv^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{\alpha^2}{8} \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}};$$

$$E_k = E_s + E_r - E_h.$$

Здесь:

E_s – энергия линейного движения;

E_r – энергия собственного вращения;

E_h – энергия прецессии собственного вращения.

Энергия прецессии электрона при $v \approx c$, $\alpha^2 = 0,532514 \cdot 10^{-4}$:

$$E_h = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} (29,979)^2 \cdot 10^{14} \cdot 0,532514 \cdot 10^{-4}}{8\sqrt{2} \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19}} = 2,41 \text{ eV}.$$

Энергия прецессии электрона при $v \leq 10^7 \text{ m/s}$, $\alpha^2 = 0,532514 \cdot 10^{-4}$:

$$E_h = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} (29,979)^2 \cdot 10^{14} \cdot 0,532514 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot 1,6022 \cdot 10^{-19}} = 3,40 \text{ eV}.$$

Обобщённое уравнение рекомбинации скорости. Каждое предыдущее решение является начальным условием для следующего решения:

$$x_{i+1}^3 + x_{i+1}^2(5 - 2x_i) + x_{i+1}(8 - 6x_i + x_i^2) - (4x_i - x_i^2 - \alpha^2) = 0.$$

Минимальная релятивистская скорость частицы:

$$(4x_i - x_i^2 - \alpha^2) = 0;$$

$v_{i \min} = 0,10946 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ (Скорость на второй орбите атома Бора).

Расчёт пороговых скоростей электрона, начиная со скорости света. Результаты зависят от начальных условий по скорости:

№ quantum	1	2	3	4	5	6	7	8
$v_i \cdot 10^7 \text{ m/s}$	30.000	22.993	17.101	12.449	8.942	6.375	4.526	3.206
№ quantum	9	10	11	12	13	14	15	16
$v_i \cdot 10^7 \text{ m/s}$	2.268	1.603	1.131	0.796	0.558	0.387	0.262	0.169

Обобщённый механический импульс:

$$p \cong mv + \frac{mv}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{\alpha^2}{8}\right).$$

Гипотеза Планка и энергия тормозного излучения:

$$\hbar\omega_r = mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}}.$$

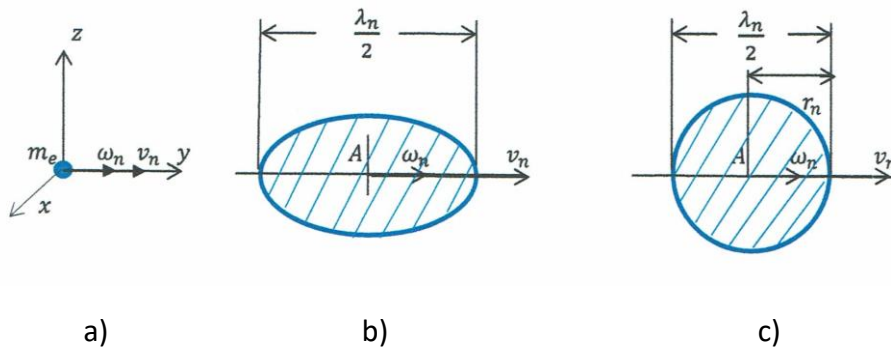
Гипотеза Планка и энергия прецессии электрона:

$$\hbar\omega_h = \frac{\alpha^2}{8} \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Как предположение, энергия прецессии связана с излучением Черенкова.

8. Размер свободного электрона

Возможные размеры электрона в свободном (несвязанном) состоянии. Электрон движется в постоянном электрическом поле.



а) **Материальная точка** – масса и заряд электрона сосредоточены в бесконечно малом объёме трёхмерного пространства.

б) **Эллипс** – электромеханическая плоская стоячая волна. Масса и заряд электрона распределены равномерно по площади эллипса.

в) **Диск** – стоячая плоская электромеханическая волна правильной круговой формы. Эффективный радиус внешнего кольца $r_n \leq \lambda_n/2$. Скорость поступательного движения центра окружности v_n . Угловая скорость вращения диска относительно поперечной оси ω_n . Масса и заряд равномерно распределены по диску. Вращение относительно поперечной оси создаёт эффект сферического облака.

Источником тормозного излучения является механическая энергия собственного вращения электрона.

Должно выполняться условие.

$$I_n \frac{\omega_n^2}{2} = \hbar\omega_e = mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v_n^2}{c^2}}}.$$

n – порядковый номер рекомбинации энергии.

На электрон действует импульс отдачи улетающего рентгеновского фотона. Частица тормозится, происходит единичная рекомбинация полной кинетической энергии электрона. Угловая механическая скорость частицы до рекомбинации равна удвоенной циклической частоте испущенного фотона:

$$\omega_n = 2\omega_e.$$

Собственный угловой момент импульса электрона:

$$L = I_n \omega_n = \hbar;$$

$$I_n \omega_e = \frac{1}{2} \hbar;$$

Здесь: I_n – момент инерции электрона.

Собственный угловой момент импульса электрона постоянная величина. Для последующих преобразований используем известные выражения:

$$I_n = m_e r_n^2 / 4, \text{ (твёрдый круглый тонкий диск);}$$

$$\omega_e = 2\pi\nu_e;$$

$$c = \nu_e \lambda_e.$$

Эффективный радиус электрона:

$$r_n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\Lambda * \lambda_e}{2}}.$$

Здесь: $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2,42631 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$, длина волны Комптона для электрона.

Минимальная длина волны рентгеновского фотона ($\nu_{max} \cong c$):

$$\hbar\omega_e = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_n^2}{c^2}}};$$

$$\lambda_e = \Lambda \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \right)^{-1};$$

$$\lambda_{e \min} = 2,42631 \cdot 10^{-3} (1 - 1/\sqrt{2})^{-1} = 8,284 \cdot 10^{-3} \text{ nm}.$$

Минимальный радиус свободного электрона:

$$r_{n \min} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\Lambda * \lambda_e}{2}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2,42631 * 8,284}{2}} \cdot 10^{-3} = 1,009 \cdot 10^{-3} \text{ nm} = 0,0101 \text{ \AA}$$

Максимальная длина волны рентгеновского фотона ($\nu_{min} = 0.10946 \cdot 10^7 \text{ m/s}$):

$$\hbar\omega_e = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \cong \frac{m_e v^2}{2};$$

$$\lambda_e = \frac{2hc}{m_e v^2} = 2\Lambda \frac{c^2}{v^2};$$

$$\lambda_{e \max} = 2 \cdot 2.42631 \frac{(29.9792458)^2}{(0.10946)^2} * 10^{-3} = 364\,005 \cdot 10^{-3} \text{ nm}.$$

Максимальный радиус свободного электрона:

$$r_{n \max} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\Lambda \cdot \lambda_e}{2}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2.42631 \cdot 364\,005}{2}} * 10^{-3} = 211,5 \cdot 10^{-3} \text{ nm} \approx 2,12 \text{ \AA}$$

Расчёт радиусов электрона начиная со скорости света.

$$x_{i+1}^3 + x_{i+1}^2(5 - 2x_i) + x_{i+1}(8 - 6x_i + x_i^2) - (4x_i - x_i^2 - \alpha^2) = 0.$$

Скорость электрона Electron speed $v_n \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$	Длина волн фотона Photon wavelength $\lambda_e \cdot 10^{-3} \text{ nm}$	Эффективный радиус электрона Effective electron radius $r_n \cdot 10^{-3} \text{ nm} \leftrightarrow r_n \text{ \AA}$	
$v_1 = 30.00$	8.284	1.009	0.010
$v_2 = 23.00$	11.76	1.194	0.012
$v_3 = 17.1$	18.49	1.508	0.015
$v_4 = 12.45$	31.91	1.980	0.020
$v_5 = 8.94$	58.29	2.677	0.027
$v_6 = 6.38$	111.10	3.695	0.037
$v_7 = 4.53$	217.40	5.169	0.052
$v_8 = 3.21$	428.00	7.253	0.073
$v_9 = 2.27$	851.10	10.228	0.102
÷	÷	÷	÷

Расчёт радиусов электрона в обратном порядке ($v_{\min} = 0.10946 \cdot 10^7 \text{ m/s}$).

$$x_{i-1} = x_i + 2 - \sqrt{\frac{4 - \alpha^2}{1 + x_i}}.$$

Скорость электрона Electron speed $v_n \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$	Длина волн фотона Photon wavelength $\lambda_e \cdot 10^{-3} \text{ nm}$	Эффективный радиус электрона Effective electron radius $r_n \cdot 10^{-3} \text{ nm} \leftrightarrow \text{\AA}$	
$v_{16} = 0.10946$	364 005	211.50	2.12
$v_{15} = 0.18946$	121 502	122.21	1.22
$v_{14} = 0.28940$	52 074	80.01	0.80
$v_{13} = 0.42363$	24 302	54.65	0.55
$v_{12} = 0.60898$	11 760	38.02	0.38
$v_{11} = 0.86808$	5 788	26.67	0.27
$v_{10} = 1.23232$	2 872	18.79	0.19

$v_9 = 1.74564$	1 431	13.26	0.13
$v_8 = 2.46956$	715	9.37	0.09
÷	÷	÷	÷

Электрон, это стоячая электромеханическая волна, которая не имеет стабильных размеров. Максимальный радиус сопоставим с размерами атомов.

9. О структуре релятивистского электрона

Как устроен электрон? Простой вопрос, на который нет прямого ответа. Согласно ВЕРСИИ Элементарной теории относительности, **полная кинетическая энергия** электрона определяется выражением:

$$E_k = E_s + E_r - E_h. \quad (1)$$

Где:

E_s – энергия линейного движения;

E_r – энергия собственного вращения;

E_h – энергия прецессии собственного вращения.

Для **релятивистского свободного** электрона энергия прецессии очень мала и не оказывает существенного влияния на его строение.

$$E_k = \frac{m_e v^2}{2} + m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}$$

Положим, что отношение действующей скорости к скорости света представляет собой тангенс некоторого угла альфа, $\tan \alpha = v/c$. Отрицательное значение угла не имеет физического смысла.

$$E_k \cong \frac{1}{2} m_e c^2 \tan^2 \alpha + 2 m_e c^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

Здесь, α – обобщённый угловой параметр.

Из ограничений по скорости света должны выполняться условия:

$$0 \leq \tan^2 \alpha \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}.$$

При малых значениях угла $\alpha \ll \pi/4$ выполняется приближённое равенство:

$$\alpha^2 \cong \frac{4}{3} \frac{E_k}{m_e c^2}.$$

Все геометрические параметры частицы спрятаны в пространственной угловой координате α . Энергия собственного вращения равна:

$$E_r = 2 m_e c^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = h \frac{c}{\lambda_e}.$$

Здесь:

m_e – инвариантная масса электрона (kg);

h – постоянная Планка ($J\cdot s$);

λ_e – возможная длина волны излучения (nm).

Геометрическая интерпретация.

Длина волны рентгеновского фотона:

$$\lambda_e = \frac{1}{2} \frac{\Lambda}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$$\alpha = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{\Lambda}{2\lambda_e}}.$$

Значения угла для максимальной и минимальной длины волны рентгеновского излучения: $\lambda_{min} = 8.284 \cdot 10^{-3} nm$; $\lambda_{max} = 364005 \cdot 10^{-3} nm$;

$$1. \alpha_{max} = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{2.42631}{2 \cdot 8.284}} = 44.999829^0 \approx 45^0 = \frac{2\pi}{8};$$

$$2. \alpha_{min} = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{2.42631}{2 \cdot 364005}} = 0.2091979^0 \approx 0.21^0 = \frac{2\pi}{1721}.$$

Эффективный радиус электрона:

$$r_n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\Lambda \cdot \lambda_e}{2}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\Lambda \cdot \Lambda}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Lambda}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Периметр окружности электрона:

$$L_n = 2\pi r_n = \frac{\Lambda}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Физически точно – **электрон, это тело вращения**. Длина волны Комптона равна периметру некоторой соосной окружности внутри электронного диска. Поперечное вращение образует сферу Комптона. Радиус сферы:

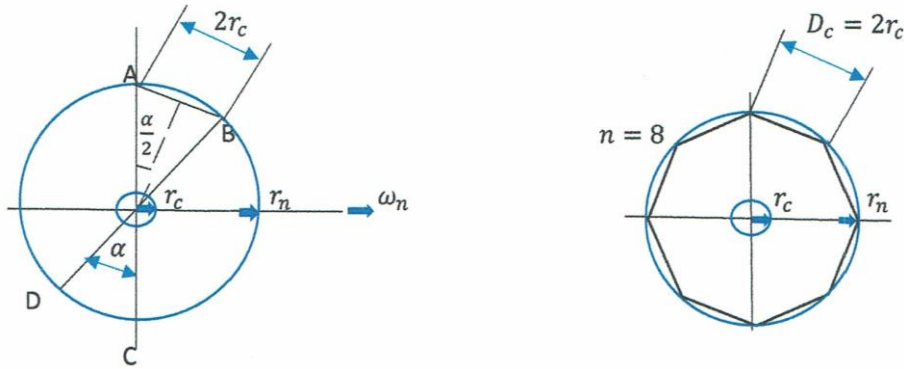
$$r_c = \frac{\Lambda}{2\pi} = \frac{2.42631 \cdot 10^{-3} nm}{2\pi} = 0.38616 \cdot 10^{-3} nm.$$

Соотношение радиусов электрона и сферы Комптона имеет простой вид:

$$r_n \sin \frac{\alpha}{2} = r_c = const.$$

Формула релятивистской энергии вращения преобразуется к следующему виду:

$$E_r = 2m_e c^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 2m_e c^2 \frac{r_c^2}{r_n^2}.$$



Радиус описанной окружности для любого правильного многоугольника равен:

$$r_n = \frac{D_c}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{2r_c}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{r_c}{\sin \frac{\pi}{n}}.$$

Здесь:

n – Число сторон правильного многоугольника;

D_c – Длина стороны многоугольника (диаметр сферы Комптона).

При $n \gg 8$ радиус электрона определяется простой формулой:

$$r_n \cong \frac{r_c n}{\pi}; \quad (8 \ll n \ll 1721).$$

Средние значения энергии произвольной стоячей сферической волны и релятивистской энергии электрона:

$$E_r \sim \frac{1}{2} m A_0^2 \omega^2 \frac{r_0^2}{r^2};$$

$$E_r = 2m_e c^2 \frac{r_c^2}{r_n^2}.$$

Из сравнения формул можно сделать только один однозначный вывод – внутри **релятивистского** электрона, между сферой Комптона и наружной сферой пульсирует стоячая сферическая волна. Касательно природы, амплитуды, частоты и фазы колебаний ничего определённого утверждать невозможно.

10. Эффект Комптона

Согласно модели Бора принято считать, что электроны равномерно вращаются вокруг положительно заряженного ядра на стационарных орбитах атома. На самой высокой орбите “**энергия валентных электронов**” минимальная. Обобщённый механический импульс электрона равен нулю ($p_e = 0$). Электрон существует в форме стоячей сферической волны. Такие электроны можно считать свободными. Столкновение свободного электрона с жёстким рентгеновским фотоном называется эффектом Комптона. В результате столкновения появляются подвижные электроны отдачи и рентгеновские фотоны меньшей частоты. Переход свободного электрона из состояния покоя в состояние движения происходит в два этапа.

1) На первом этапе образуются импульс и энергия собственного вращения электрона без линейного движения:

$$p'_{er} = \frac{m_e v_s}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}};$$

$$E'_{er} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}.$$

Здесь, v_s – стартовая фиктивная скорость.

2) На втором этапе происходит разделение импульса и энергии на классическую и релятивистскую составляющие (рекомбинация):

$$p_e = p_{es} + p_{er} = m_e v + \frac{m_e v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}};$$

$$E_k = E_{es} + E_{er} = \frac{m_e v^2}{2} + m_e c^2 - \frac{m_e v^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Здесь, v – действующая линейная скорость.

Из равенства энергий движения и старта ($E_k = E'_{er}$) устанавливается связь между стартовой скоростью и действующей скоростью поступательного движения.

Ведём дополнительные безразмерные функции:

$$X(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{и} \quad Y(v_s) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}.$$

Функции связаны двумя взаимнообратными выражениями:

$$Y = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{X^2} \right) + X;$$

$$X^3 + X^2(0.5 - Y) - 0.5 = 0.$$

Зная одну из скоростей, всегда можно рассчитать вторую.

Столкновение частиц.

Импульс и энергия фотона до и после столкновения с электроном:

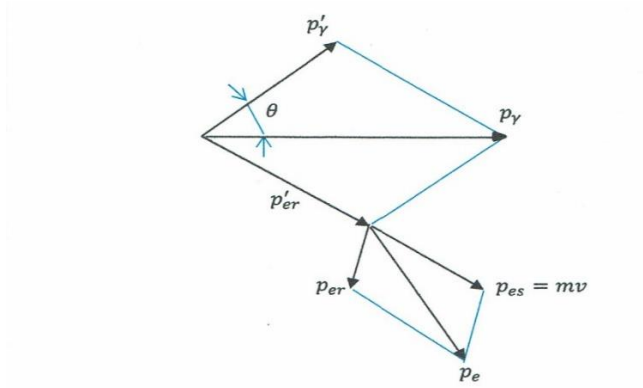
$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c}; \quad E_\gamma = h\nu; \quad p'_\gamma = \frac{h\nu'}{c}; \quad E'_\gamma = h\nu'.$$

Здесь:

h – постоянная Планка $\langle J * s \rangle$;

ν – частота колебаний налетающего фотона $\langle Hz \rangle$;

ν' – частота колебаний рассеянного фотона $\langle Hz \rangle$.



Баланс импульсов и энергии электрона после столкновения:

$$\vec{p}'_{er} = \vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma ;$$

$$E'_{er} = h\nu - h\nu' .$$

Релятивистские составляющие импульса и энергии связаны соотношением (ВЕРСИЯ – ЭТО):

$$E'^2_{er} = 2m_e c^2 E'_{er} - p'^2_{er} c^2 .$$

Где: m_e – масса электрона (kg) ;

c – скорость света $(m * s^{-1})$.

С учётом релятивистского соотношения и диаграммы столкновения, образуется система уравнений:

$$2m_e c^2 E'_{er} - E'^2_{er} = h^2 \nu^2 + h^2 \nu'^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \theta ;$$

$$E'_{er} = h\nu - h\nu' .$$

Из системы уравнений следует основное выражения для эффекта Комптона:

$$2m_e c^2 (h\nu - h\nu') - (h\nu - h\nu')^2 = h^2 \nu^2 + h^2 \nu'^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \theta .$$

Промежуточный вид уравнения:

$$\frac{m_e c^2}{h} \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{\nu^2 + \nu'^2}{\nu \nu'} - (1 + \cos \theta) .$$

Для близких частот:

$$\lim_{\nu' \rightarrow \nu} \frac{\nu^2 + \nu'^2}{\nu \nu'} \cong 2 .$$

В упрощённом виде,

$$\frac{m_e c^2}{h} \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = 1 - \cos \theta .$$

Длины волн налетающего и рассеянного фотонов:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}; \quad \lambda' = \frac{c}{\nu'}$$

Разность длин волн:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Где, $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 2.426 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$ – **длина волны Комптона** для электрона в нанометрах.

Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от первоначальной длины волны λ и природы рассеивающего вещества. Формула справедлива в диапазоне жестких рентгеновских волн $10 \cdot 10^{-3} \text{ nm} \leq \lambda \leq 10 \text{ nm}$. Для сравнения: радиус первой орбиты атома водорода $r_1 = 53 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$. Размеры атомов различных элементов в твёрдом теле порядка $1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ nm} = 100 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$. Таким образом, вариант упрощения близок к действительности, подтверждается эффект Комптона.

Баланс энергии в эффекте Комптона с рассеянными фотонами и электронами отдачи можно записать в следующей форме:

$$\frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = m_e c^2 - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}$$

Стартовая скорость.

Запишем последнее уравнение в следующей форме:

$$\frac{h}{m_e c} \frac{\Delta\lambda}{\lambda_c^2} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}}$$

Здесь, $\lambda_c = \sqrt{\lambda \cdot \lambda'}$ – средняя геометрическая длина волны налетающего и рассеянного фотонов.

Используем уравнение Комптона и получим полезное выражение:

$$2 \left(\frac{\Lambda \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda_c} \right)^2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}}} = 1 - Y(v_s). \quad (*)$$

Из данного соотношения можно определить **стартовую скорость** электрона после столкновения его с налетающим фотоном (в рентгеновском диапазоне волн). **Для каждой длины волны фотона и угла отражения будет существовать собственный по скорости электрон отдачи.**

ПРИМЕР: Расчёт скорости электрона отдачи.

$\lambda = 70 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$	$\lambda' = \lambda + 2\Lambda \sin^2 \frac{\theta}{2}$, Длина волны рассеянного фотона.
$\theta = 110^\circ$	$\lambda' = 70 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 2,4263 \cdot 10^{-3} \sin^2 \frac{110^\circ}{2} = 73,256 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$.
$v_s = ?, v = ?$.	

Средняя геометрическая длина волн фотонов.

$$\lambda_c = \sqrt{\lambda \lambda'} = \sqrt{70 * 73,256} \cdot 10^{-3} = 71,609 \cdot 10^{-3} nm.$$

Выполняется уравнение (*):

$$2 \left(\frac{\Lambda \sin \frac{\theta}{2}}{\lambda_c} \right)^2 = 2 \left(\frac{2,4263 \cdot 10^{-3}}{71,609 \cdot 10^{-3}} \sin \frac{110^\circ}{2} \right)^2 = 0,001541.$$

$$\sqrt{1 + \frac{v_s^2}{c^2}} = \frac{1}{1-0,001541} = 1,0015434; Y(v_s) = 1 - 0,001541 = 0,998459;$$

$$\frac{v_s^2}{c^2} = (1,0015434)^2 - 1 = 0,03089; \frac{v_s}{c} = \sqrt{0,03089} = 0,055580.$$

Решаем кубическое уравнение:

$$X^3 + X^2(0.5 - 0.998459) - 0.5 = 0; X(v) = 0,99923;$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{X^2} - 1 = \frac{1}{0,99923^2} - 1 = 0.0015418; \frac{v}{c} = \sqrt{0.0015418} = 0,039266.$$

Ответ:

$$v_s = 30 \cdot 10^7 m/s * 0,05558 = 1,6674 \cdot 10^7 m/s; \text{ стартовая скорость};$$

$$v = 30 \cdot 10^7 m/s * 0.039266 = 1,1780 \cdot 10^7 m/s; \text{ действующая скорость}.$$

Выбитый с орбиты электрон отдачи уже является релятивистским.

Из соотношения неопределённости Гейзенберга:

$$\Delta E_r \cdot \Delta t \geq h.$$

$$\Delta E_r \approx E'_{er} - E_{er} = E_s = \frac{m_e v^2}{2}.$$

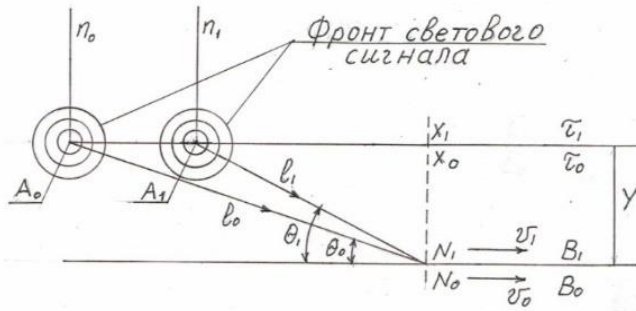
Время старта (релаксация):

$$\Delta t \approx \frac{2h}{m_e v^2};$$

$$\Delta t \approx \frac{2 * 6,626 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} * 1,178^2 \cdot 10^{14}} = 1,05 \cdot 10^{-17} s.$$

11. Аберрация света

Видимое смещение неподвижного объекта при наблюдении его в разных системах отсчёта называется аберрацией света. На рисунке представлена графическая иллюстрация такого смещения. В зависимости от скорости движения приёмника света, угол наблюдения объекта над горизонтом меняется. В качестве неподвижных точек принимают начала координат основной и параллельной систем отсчёта. Неподвижные точки излучают световой сигнал, который улавливают подвижные наблюдатели $N_0(N_1)$ соответствующих систем отсчёта. Наблюдатели совпадают в абсолютном пространстве и времени единой системы отсчёта. Для каждого значения v_0 в основной системе отсчёта существует своя параллельная система отсчёта. Свет различают на свой и чужой.



Траектории B_1, B_0 отстоят от осей τ_1, τ_0 на одинаковом расстоянии Y абсолютного пространства, l_1, l_0 – расстояния между центрами координат и наблюдателями в собственных системах отсчёта. θ_1, θ_0 – углы наблюдения в собственных системах отсчёта.

Определим косинусы углов наблюдения:

$$\cos \theta_0 = \frac{x_0}{l_0} = \frac{x_0}{c_0 t_0}; \quad \cos \theta_1 = \frac{x_1}{l_1} = \frac{x_1}{c_1 t_1}.$$

Здесь:

$c_0 = c$ – скорость света в основной ИСО ($\approx 30 * 10^7$ m/s);

$c_1 = c / \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)$ – скорость света в параллельной ИСО.

Для наблюдателя N_0 используются прямые преобразования координат Лоренца в варианте ВЕРСИЯ:

$$\cos \theta_0 = \frac{x_0}{c_0 t_0} = \frac{\frac{x_1}{ct_1} \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{v_0}{c} \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{x_1 v_0}{ct_1 c} \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}; \quad \left(\frac{v_0}{c} = \beta\right);$$

$$\cos \theta_0 = \frac{\beta + \cos \theta_1}{1 + \beta \cos \theta_1}; \quad \sin \theta_0 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_0}.$$

Для наблюдателя N_1 используются обратные преобразования координат Лоренца в варианте ВЕРСИЯ:

$$\cos \theta_1 = \frac{x_1}{c_1 t_1} = \frac{x_0 - v_0 t_0}{t_0 - x_0 \frac{v_0}{c^2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{c_1} = \frac{\frac{x_0}{ct_0} - \frac{v_0}{c}}{1 - \frac{x_0 v_0}{ct_0 c}}; \quad \left(\frac{v_0}{c} = \beta\right);$$

$$\cos \theta_1 = \frac{\cos \theta_0 - \beta}{1 - \beta \cos \theta_0}; \quad \sin \theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1}.$$

Формулы для углов наблюдения в Элементарной теории относительности и в Специальной теории относительности совпадают полностью:

$$\cos \theta_0 = \frac{\beta + \cos \theta_1}{1 + \beta \cos \theta_1}; \quad \cos \theta_1 = \frac{\cos \theta_0 - \beta}{1 - \beta \cos \theta_0};$$

$$\sin \theta_0 = \frac{\sqrt{1-\beta^2} \sin \theta_1}{1+\beta \cos \theta_1}; \quad \sin \theta_1 = \frac{\sqrt{1-\beta^2} \sin \theta_0}{1-\beta \cos \theta_0}.$$

Пренебрегая всеми степенями β^n кроме первой ($\beta \ll 1$), получим приближённое выражение для связи углов наблюдения. Косинусы малых углов можно принимать за единицу:

$$\sin \theta_1 \cong \sin \theta_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta_0} \cong \sin \theta_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta} \cong \sin \theta_0 \frac{1}{1-\beta};$$

$$\sin \theta_1 \cong \sin \theta_0 \frac{1+\beta}{1-\beta^2} \cong (1+\beta) \sin \theta_0.$$

Для малых углов справедливы равенства, $\sin \theta_1 \cong \theta_1$ и $\sin \theta_0 \cong \theta_0$.

$$\sin \theta_1 - \sin \theta_0 \cong \theta_1 - \theta_0 = \alpha.$$

Разница углов наблюдения называется углом абберации, $\alpha = \theta_1 - \theta_0$.

$$\alpha \cong \beta \sin \theta_0 = \frac{v_0}{c} \sin \theta_0 = k \sin \theta_0.$$

Более точное значение абберации даёт формула:

$$\alpha \cong \left(\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} - 1 \right) \sin \theta_0 = k \sin \theta_0.$$

Постоянная годовой абберации k для средней орбитальной скорости Земли, принятая Международным Астрономическим Союзом, составляет 20,49552" угловых секунд.

12. Системы отсчёта в релятивистской механике

Физическая система отсчёта – совокупность тела отсчёта, системы координат и способа измерения времени (часы). Условно, системы отсчёта различаются на:

- инерциальные и не инерциальные;
- подвижные и не подвижные;
- равноправные и не равноправные.

Понятие о системах отсчёта является научной абстракцией. Без абстрактного мышления и математических моделей человек в принципе не может изучать природу. Элементарная теория относительности рассматривает версию неподвижных, инерциальных систем отсчёта. Отрыв системы координат от тела отсчёта не допускается. Используется понятие параллельных систем отсчёта, одна из которых принимается за базовую. Каждая система отсчёта представлена собственными эталонами: длины; времени; массы; телом отсчёта в центре координат и подвижной материальной точкой. Действует соглашение: — **альтернативные материальные точки, имея разные масштабы измерений, всегда совпадают в абсолютном пространстве единой системы отсчёта.** Частный случай сдвига систем координат описывается преобразованиями

Лоренца. **Прямые и обратные преобразования координат связаны математическим формализмом и не отображают физической разницы происходящих событий.**

Под относительным движением понимается движение в параллельной системе отсчёта. Первый принцип относительности:

1. В безразмерных (относительных) единицах, любые физические процессы протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчёта.

В основе теории лежит **обобщённая** относительная скорость взаимодействия связанных альтернативных точек – Δ . Относительная скорость **направлена поперёк движения** и по модулю равна:

$$|\vec{\Delta}| = \frac{v_1 t_1}{t_0} = \frac{v_0 t_0}{t_1} = \sqrt{v_1 v_0}$$

Для практических целей используется **собственная относительная скорость** в параллельной (соседней) системе отсчёта, $\Delta_1 = v_0 / \sqrt{1 + v_0^2/c^2}$. Различие между обобщённой и собственной относительной скоростью раскрывается в начале статьи. В динамическом режиме, вводится принцип обмена относительными импульсами вдоль траектории движения. Второй принцип относительности:

2. Силовой импульс из соседней системы отсчёта должен уравниваться соответствующим изменением количества движения материальной точки в собственной системе отсчёта.

При **нулевых** начальных условиях и **неравноправии** систем отсчёта запись этого принципа (одномерный случай) выглядит следующим образом:

$$F_{\tau 0} t_0 = m_1 v_1 = m_1 \Delta_1 ;$$

$$F_{\tau 1} t_1 = m_0 v_0 ;$$

$$F_{\tau 1} = F_{\tau 0} \quad (\text{третий закон Ньютона}).$$

Равенство относительных сил не зависит от метрики систем отсчёта. Силы Ньютона, в собственных системах отсчёта, не являются относительными силами.

В пространстве Евклида, скорости альтернативных точек вдоль траектории движения связаны соотношениями:

$$v_1 = v_0 / \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right) ;$$

$$v_{1x} = v_{0x} / \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right) ;$$

$$v_{1y} = v_{0y} / \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right) ;$$

$$v_{1z} = v_{0z} / \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right) .$$

Размерные физические константы в параллельной системе отсчёта используются в изменённом виде. ПРИМЕРЫ:

Скорость света,

$$c_1 = c \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1} \left\langle \frac{m_0}{s_0} \right\rangle.$$

Удельная плотность материала,

$$\rho_1 = \rho_0 \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^2 \frac{kg_0}{m_0^3}.$$

Постоянная Планка,

$$h_1 = h \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1} J_0 s_0, \left\langle \frac{kg_0 m_0^2}{s_0} \right\rangle.$$

Масса тела отсчёта в центре координат:

$$\frac{m_1}{M_1} = \frac{m_0}{M_0};$$

$$M_1 = M_0 \frac{m_1}{m_0} = M_0 \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{c^2}} kg_0.$$

Постоянная тонкой структуры в атомной физике,

$$\alpha_1 = \alpha_0 = \alpha.$$

Гравитационная постоянная,

$$G_1 = G_0 \left(1 + \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-2} \frac{m_0^3}{kg_0 s_0^2}.$$

Обобщённый импульс и кинетическая энергия.

В замкнутой механической системе, группа точек может двигаться с различными значениями линейной скорости. Суммировать обобщённые импульсы всех точек можно только в лабораторной (базовой) системе отсчёта. Должен выполняться закон сохранения геометрической суммы импульсов в векторной форме, $\sum \vec{p}_i = \text{const}$. На комплексной плоскости, для пучка **когерентных** частиц, двигающихся **в одном направлении**:

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i v_i + j \sum_i \frac{m_i v_i}{\sqrt{1 + \frac{v_i^2}{c^2}}};$$

$$\sum_i \vec{p}_i = \sum_i p_{si} + j \sum_i p_{ri}.$$

Когерентность понимается как одинаковые направления вращения частиц относительно вектора собственной линейной скорости. Полная энергия движения группы **когерентных** частиц в замкнутой механической системе остаётся неизменной величиной:

$$\sum E_{ki} = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum_i \left(m_i c^2 - \frac{m_i c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}} \right);$$

$$\sum_i E_{ki} = \sum_i E_{si} + \sum_i E_{ri}$$

Общий случай движения и столкновения различных по когерентности частиц в данной статье не рассматривается.

Инерциальные системы отсчёта, это удобные и полезные математические модели реального движения массовых тел в пространстве и времени. Они позволяют выявить особенности движения частиц на скоростях близких к скорости света. В моделях обязаны выполняться все три закона Ньютона.

13. Перечень основных параметров релятивистской частицы

1. Эффективная масса. $M = m + \frac{m}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{\alpha^2}{8} \right); \alpha - \text{постоянная тонкой структуры.}$
2. Обобщенный механический импульс. $p \cong mv + \frac{mv}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{\alpha^2}{8} \right).$
3. Полная кинетическая энергия. $E_k \cong \frac{mv^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{\alpha^2}{8} \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}}.$ $E_k = E_s + E_r - E_h.$
4. Энергия поступательного движения. $E_s = \frac{mv^2}{2}.$
5. Энергия собственного кручения частицы (релятивизм). $E_r = mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = \hbar \omega_r; \hbar - \text{постоянная Дирака.}$
6. Энергия прецессии собственного кручения частицы. $E_h = \frac{\alpha^2}{8} \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} = \hbar \omega_h.$
7. Диапазон релятивистских скоростей. $0.10946 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1} \ll v < c \cong 30 \cdot 10^7 \text{ ms}^{-1}$

14. Источники информации

Выводы формул и дополнительная информация изложены на сайте Элементарная Теория Относительности, (<https://halmich.ru>).

Благодарность:

Автор выражает благодарность за техническую помощь и подготовку статей к публикации:

Управляющему сайтом Мики Зеленскому, mickeyzel@gmail.com ;

Главному редактору журнала “Доклады Независимых Авторы” Соломону Хмельник, publisherdna@gmail.com ;

Кандидату технических наук Дмитрию Малко, dmitry.malko@gmail.com .