

Взаимодействие релятивистских электронов с фотонами

Халецкий Михаил

Израиль, г. HADERA, 2025

hal123mich@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Полная кинетическая энергия релятивистского электрона складывается из кинетической энергии поступательного движения и релятивистской энергии собственного вращения. Коротко о главном.

Содержание

Раздел 1. Полная кинетическая энергия

Раздел 2. Релятивистский параметр

Раздел 3. Тормозное излучение

Раздел 4. Рассеяние энергичных фотонов

Раздел 5. Уравнения рекомбинации релятивистских параметров

Раздел 6. Минимальная релятивистская скорость

Раздел 7. Квантование кинетической энергии

Раздел 8. Энергетические уровни в вакууме

Раздел 9. Связь энергии с импульсом электрона

Раздел 10. Импульсы электрона и фотона

Выводы

Раздел 1. Полная кинетическая энергия

Полная кинетическая энергия релятивистского электрона складывается из кинетической энергии поступательного движения и релятивистской энергии собственного вращения:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}}; \quad (1)$$

$$E_k = E_s + E_r .$$

Релятивистская энергия электрона может излучаться в виде отдельных фотонов (спонтанное или тормозное излучение). Может участвовать в упругих столкновениях электронов с внешними фотонами (прямой и обратный эффекты Комптона). Полная кинетическая энергия частицы изменяется определенными порциями (квантами):

$$E_r = mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} . \quad (2)$$

Процесс квантования энергии задает энергетические уровни состояний электрона в вакууме.

Раздел 2. Релятивистский параметр

Полная кинетическая энергия электрона в соседних состояниях:

$$E_{k,i} = E_{s,i} + E_{r,i}; \quad \text{— исходное состояние.} \quad (3)$$

$$E_{k,i+1} = E_{s,i+1} + E_{r,i+1}; \quad \text{— соседнее состояние.}$$

В зависимости от ситуации, энергия релятивистского кванта отнимается или прибавляется к полной энергии исходного состояния. Масса электрона является инвариантной величиной. В Элементарной теории относительности (ЭТО) используется **релятивистский параметр** – отношение скорости электрона к скорости света в квадрате (квадрат относительной скорости):

$$x_i = \frac{v_i^2}{c^2}; \quad x_{i+1} = \frac{v_{i+1}^2}{c^2}; \quad \text{— соседние состояния.} \quad (4)$$

Индекс i – порядок следования дискретных значений действующей скорости электрона. Индекс пробегает ряд натуральных чисел, $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1, n$. Нулевое значение индекса соответствует максимально возможному или минимально возможному значению релятивистской скорости электрона в вакууме.

Раздел 3. Тормозное излучение

Рассмотрим тормозное излучение фотонов с волновой поверхности ультрарелятивистского электрона. Релятивистская энергия интерпретируется как внутренний фотон. За начальную скорость электрона принимается скорость света, $v_0 = c$.

$$\boxed{E_{k,i}} - \boxed{E_{r,i}} = E_{s,i+1} + E_{r,i+1}$$


Рис. 1

На рисунке 1, ν' – частота излучаемого фотона, h – постоянная Планка. После излучения внутреннего фотона происходит рекомбинация полной кинетической энергии. Оставшаяся энергия электрона снова разлагается на поступательную и релятивистскую составляющие по формуле:

$$\frac{mv_i^2}{2} = \frac{mv_{i+1}^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \frac{v_{i+1}^2}{c^2}}}; \quad E_{r,i} = h\nu'. \quad (5)$$

Надо отметить, что движение электрона в плотную к скорости света не является метастабильным состоянием для материальной частицы.

Раздел 4. Рассеяние энергичных фотонов

Рассмотрим рассеяние внешних энергичных фотонов на релятивистских электронах. За начальную скорость электрона принимается минимальное возможное релятивистское значение скорости, $v_0 = v_{min}$. Более точно эта величина определяется ниже по тексту.

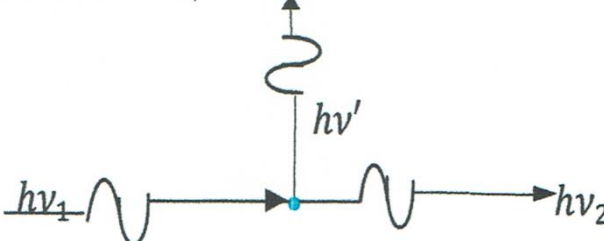
$$\boxed{E_{s,i} + E_{r,i}} + \boxed{E_{r,i+1}} = E_{s,i+1} + E_{r,i+1}$$


Рис. 2

Электрон получает от внешнего фотона порцию релятивистской энергии, $E_{r,i+1}$. После передачи кванта энергии, выполняется рекомбинация полной энергии электрона по формуле:

$$\frac{mv_{i+1}^2}{2} = \frac{mv_i^2}{2} + mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v_i^2}{c^2}}}; \quad E_{r,i+1} = h\nu'. \quad (6)$$

Прежнее значения поступательной и релятивистской энергии объединяются в новое значение поступательной энергии, $E_{s,i+1}$. Меняется порядок следования индексов относительной скорости.

Раздел 5. Уравнения рекомбинации релятивистских параметров

Рекомбинация полной энергии приводит к двум отдельным уравнениям относительно релятивистских параметров:

$$A) (x_{i+1} - x_i + 2)^2(1 + x_{i+1}) - 4 = 0, \quad \text{уменьшение скорости.} \quad (7)$$

$$B) (x_i - x_{i+1} + 2)^2(1 + x_i) - 4 = 0, \quad \text{увеличение скорости.}$$

Ось собственного вращения электрона в атоме совершает прецессию. Энергия прецессии характеризуется постоянной тонкой структуры, α :

$$E_{h,i} = \frac{\alpha^2}{8} \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v_i^2}{c^2}}}.$$

При переходе электрона из связанного состояния в свободное, энергия прецессии практически не меняется. От поверхности Ферми внутри металлов до скорости света в вакууме, диапазон изменений этой энергии составляет $3,4 \div 2,4 \text{ eV}$. В общее уравнение полной энергии электрона, прецессия входит как постоянная добавка с отрицательным знаком. Точные уравнения рекомбинации релятивистских параметров (x_i , x_{i+1}) записываются как:

$$A) (x_{i+1} - x_i + 2)^2(1 + x_{i+1}) - 4 = -\alpha^2 = (\alpha j)^2. \quad (8)$$

$$B) (x_i - x_{i+1} + 2)^2(1 + x_i) - 4 = -\alpha^2 = (\alpha j)^2.$$

Решения уравнений ищут относительно параметра x_{i+1} . Прецессия является реактивной энергией, по этому используется мнимая единица j . Существенного влияния на рекомбинацию энергии в вакууме константа α не оказывает. Однако, её учет в уравнениях типа А позволяет вычислить минимальную релятивистскую скорость электрона в вакууме.

Раздел 6. Минимальная релятивистская скорость

Минимальную релятивистскую скорость можно вычислить, если преобразовать выражение типа А к виду:

$$x_{i+1}^3 + x_{i+1}^2(5 - 2x_i) + x_{i+1}(8 - 6x_i + x_i^2) + (x_i^2 - 4x_i + \alpha^2) = 0. \quad (9)$$

Это выражение образует систему последовательных уравнений по индексу $i + 1$. Каждое решение предыдущего уравнения является начальным условием для решения последующего уравнения. За начальное условие принимают значение $x_0 \approx 1$ (скорость света). Уравнения имеют положительные действительные решения если, свободный член выражения (9) меньше, равно ноль или больше, равно минус три. Остальные решения комплексные. Всего образуется 16 уравнений или 16 дискретных значений релятивистского параметра.

Использовать выражение типа А, для определения энергетических уровней электрона, невозможно по следующим причинам:

- 1) Движение материальной частицы вплотную к скорости света является неустойчивым состоянием, максимальная скорость точно не определяется.
- 2) Последовательное вычисление квадратов относительной скорости создает системную ошибку, которая накапливается по мере роста индекса $i + 1$.

Находим скорость электрона при которой выполняется равенство:

$$x_i^2 - 4x_i + \alpha^2 = 0; \quad (10)$$

$$x_{min} = 2 - \sqrt{4 - \alpha^2};$$

$$v_{min} = c\sqrt{x_{min}} \cong \frac{1}{2}\alpha c = 1.09385 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}.$$

Для вычисления минимальной релятивистской скорости применяются точное значение скорости света, $c = 299.792\,458 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$ и точное значение постоянной тонкой структуры, $\alpha = 7.297\,352\,569 \cdot 10^{-3}$.

Раздел 7. Квантование кинетической энергии

Последовательно приходим к необходимости анализа уравнения типа В. Это выражение также образует систему последовательных уравнений вида:

$$x_{i+1} = x_i + 2 - \frac{\sqrt{4 - \alpha^2}}{\sqrt{1 + x_i}}. \quad (11)$$

За начальное значение релятивистского параметра принимают $x_0 = x_{min}$ из Раздела 6. Количество энергетических состояний частицы равно 16. Принимаем числитель дроби $\sqrt{4 - \alpha^2} \approx 2$. Получаем запись уравнения в виде:

$$x_{i+1} = x_i + 2 - \frac{2}{\sqrt{1 + x_i}}. \quad (12)$$

Выражение для дроби разлагается в ряд Тейлора. Поскольку начальное значение $x_0 \ll 1$, принимаем в разложении только первые два члена:

$$\frac{1}{\sqrt{1+x_i}} \approx 1 - \frac{1}{2}x_i.$$

Уравнение запишется в виде:

$$x_{i+1} \approx x_i + 2 - 2 + x_i = 2x_i.$$

Тогда:

$$x_0 = 1 \cdot x_0 = 2^0 x_0 ;$$

$$x_1 = 2 \cdot x_0 = 2^1 x_0 ;$$

$$x_2 = 2 \cdot 2 \cdot x_0 = 2^2 x_0 ;$$

$$x_3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x_0 = 2^3 x_0 ;$$

$$\begin{array}{c} - - - - - \\ x_{16} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 \cdot x_0 = 2^{16} x_0 ; \end{array}$$

Заменяем последовательность дискретных значений релятивистского параметра на количество **квантовых состояний** энергии электрона.

$$n = i + 1, \text{ где: } n = 0, 1, 2, 3, \dots \dots 16. \quad (13)$$

Значение $i = -1$, надо понимать как классическое состояние частицы ($v < v_{min}$) предшествующее релятивистскому состоянию. Количество квантовых состояний должно равняться количеству уравнений из Раздела 6. Для метастабильных состояний, релятивистский параметр определяется степенной функцией:

$$x_n = 2^n x_0 . \quad (14)$$

Полученная зависимость хорошо работает на скоростях движения $v \leq 10 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$. При скоростях больше данного значения, функция начинает расходиться с расчетными значениями по формуле (12). Необходима коррекция показателя степени для нестабильных состояний. В скалярном поле дискретных скоростей, хорошую аппроксимацию дает вариант степенной функции вида:

$$x_n = x_0 \cdot 2^n \cdot 2^{n \cdot \delta(n)} . \quad (15)$$

Здесь $\delta(n) \ll 1$, показатель отвечающий за уширение энергетических уровней электронов в вакууме или диапазоны разрешенных энергий. Принимаем, что $\delta(n)$ прямо пропорциональна номеру квантового состояния электрона. Тогда:

$$\delta(n) = k_n \cdot n + b .$$

Эмпирическим методом получены следующие значения k_n и b :

$$k_n = 8.71471657 \cdot 10^{-4} ; \quad b = -16.42943314 \cdot 10^{-4} .$$

Последовательный расчет релятивистского параметра по формуле (15) дает хорошее совпадение результатов. Для высоко энергетических частиц не существует строго определенных энергетических уровней. Образуются диапазоны разрешенных энергий. Нижнее значение диапазона соответствует метастабильному состоянию частицы. Верхнее значение соответствует нестабильному состоянию. Внутри диапазонов возможно испускание и поглощение энергии фотонов без изменения основного энергетического состояния частицы. Во всех состояниях, полная кинетическая энергия электрона в вакууме рассчитывается по одинаковым формулам:

$$E_{s,n} = \frac{1}{2} mc^2 x_n; \quad (16)$$

$$E_{r,n} = mc^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+x_n}} \right);$$

$$E_{h,n} = \frac{\alpha^2}{8} \frac{mc^2}{\sqrt{1+x_n}};$$

$$E_{k,n} = E_{s,n} + E_{r,n} - E_{h,n};$$

$$x'_n = x_0 \cdot 2^n \cdot 2^{n \cdot \delta(n)}; \quad - \text{нестабильное состояние};$$

$$x_n = 2^n; \quad - \text{метастабильное состояние};$$

$$x_0 = \frac{\alpha^2}{4};$$

$$v_0 = \frac{1}{2} \alpha c;$$

$$v'_n = c \sqrt{x'_n}; \quad - \text{нестабильное состояние};$$

$$v_n = c \sqrt{x_n}; \quad - \text{метастабильное состояние}.$$

Раздел 8. Энергетические уровни в вакууме

Все расчеты энергий и скорости показать в статье невозможно. Однако расчет ширины энергетических уровней (диапазоны) представляет интерес.

$$\Delta E = E'_k - E_k.$$

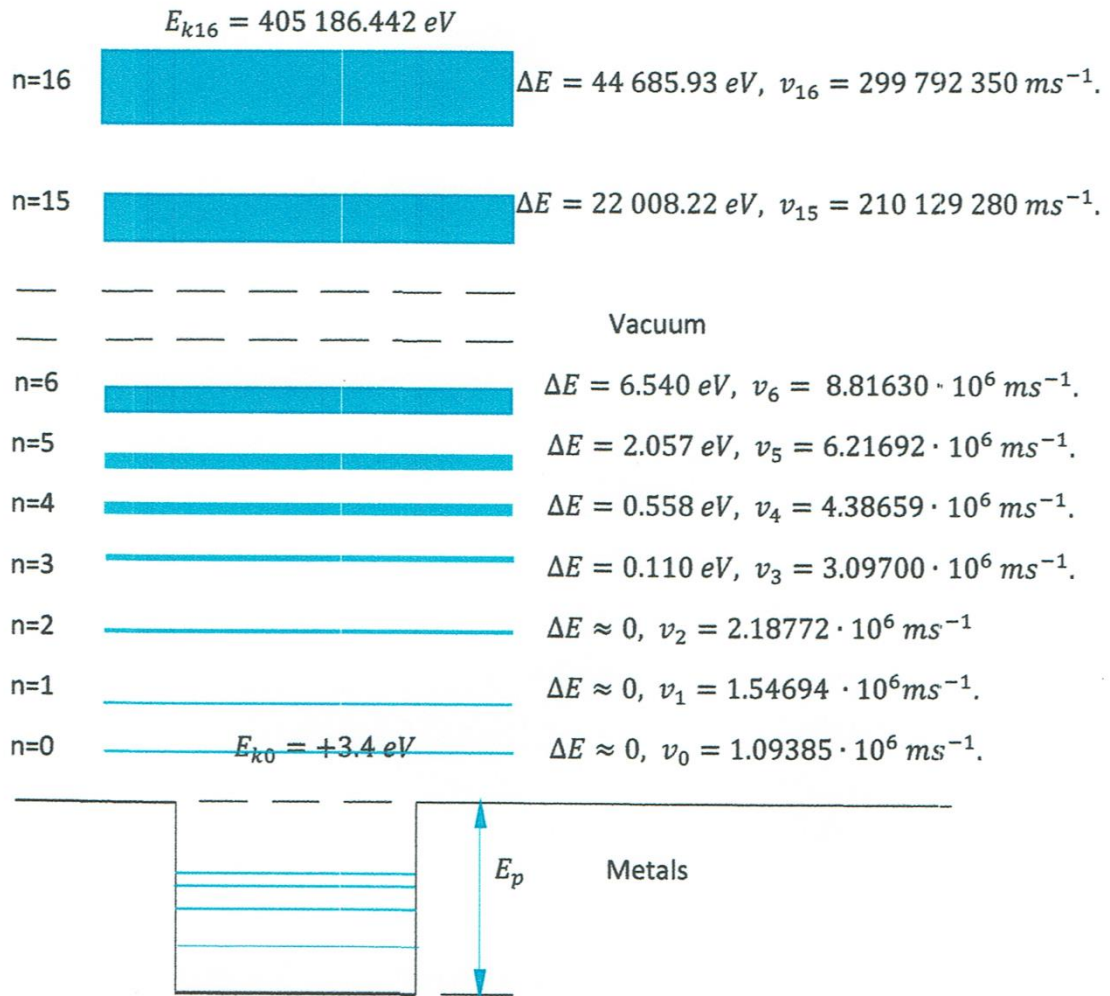
Здесь:

E_k — полная кинетическая энергия электрона в **метастабильном** состоянии;

E'_k — полная кинетическая энергия электрона в **нестабильном** состоянии.

Результаты расчетов и диаграмма уровней энергии представлены ниже.

n	$\nu' \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$	$\nu \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$	$E'_k \text{ eV}$	$E_k \text{ eV}$	$\Delta E \text{ eV}$
0	1.09385	1.09385	03.402	03.402	≈ 0
1	1.54694	1.54694	10.204	10.204	≈ 0
2	2.18772	2.18770	23.811	23.812	≈ 0
3	3.09700	3.09387	51.133	51.023	00.110
4	4.38659	4.37540	106.000	105.442	00.558
5	6.21692	6.18775	216.325	214.268	02.057
6	8.81630	8.75080	438.408	431.868	06.540
7	12.51005	12.37550	885.877	866.868	19.014
8	17.76210	17.50160	1 788.117	1 736.020	52.097
9	25.23434	24.75100	3 607.689	3 471.027	136.662
10	35.87169	35.00320	7 273.933	6 927.956	345.977
11	51.02395	49.50200	14 642.634	13 669.288	973.346
12	72.62041	70.00640	29 353.598	27 317.738	2 035.86
13	103.42027	99.00400	58 341.903	53 638.933	4 702.97
14	147.37199	140.01280	114 158.219	103 737.020	10 421.20
15	210.12928	198.00800	218 083.754	196 075.537	22 008.22
16	299.792 350	280.025600	405 186.442	360 500.517	44 685.93



На диаграмме:

E_p — глубина потенциальной ямы для электронов в металлах. Колеблется в пределах от 3 до 10 eV. Поверхность потенциальной ямы принимается за точку отсчета кинетической энергии **классических электронов** в вакууме.

E_k — полная кинетическая энергия **релятивистского электрона**. Отсчитывается от энергии +3.4 eV, что соответствует начальному уровню релятивистских энергий электрона в вакууме ($n = 0$). Значения скорости на диаграмме приведены для **нестабильных** состояний.

Раздел 9. Связь энергии с импульсом электрона

Предположим, что на волновой поверхности электрона действует частица с неизвестной структурой. Эта частица определяет релятивистскую энергию и релятивистский импульс ($E_{r,i}$; $p_{r,i}$). Постоянная масса электрона сосредоточена в сфере Комптона. При изменении кинетической энергии электрона, неизвестная частица переходит в состояние внутреннего фотона.

$$E_r = mc^2 - \frac{mc^2}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = h\nu'. \quad (17)$$

Запишем основное уравнение связи энергии и импульса для релятивистской частицы, [статья из книги “ВЕРССИЯ Элементарной теории относительности”, Раздел 3,4].

$$E_{r,i}^2 = 2E_{r,i}mc^2 - p_{r,i}^2c^2.$$

Заменяем релятивистскую энергию частицы на эквивалентный фотон, $E_{r,i}^2 = p_{\gamma,i}^2c^2$. Масса неизвестной частицы равна нулю, $m = 0$. Получаем следующие соотношения:

$$p_{\gamma,i}^2 = -p_{r,i}^2;$$

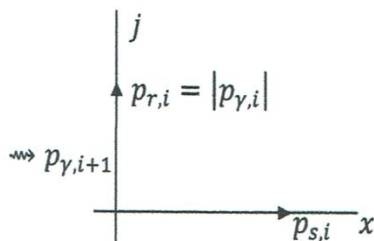
$$\vec{p}_{\gamma,i} = j\vec{p}_{r,i};$$

$$|\vec{p}_{\gamma,i}| = |\vec{p}_{r,i}|.$$

Векторы релятивистского импульса и импульса внутреннего фотона сдвинуты в пространстве под углом 90° . Равны по модулю и **не действуют одновременно**. В идеальном случае, импульс внутреннего фотона в момент изменения кинетической энергии, будет направлен вдоль траектории движения, $\vec{p}_{\gamma,i} || \vec{p}_{s,i}$. Идеальные случаи возможны в прямом или обратном эффекте Комптона. В неидеальном случае, необходимо учитывать угол θ между рассеянным фотоном и траекторией движения электрона [1].

Раздел 10. Импульсы электрона и фотона

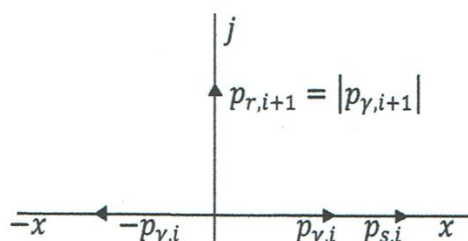
Рассмотрим идеальный случай изменения импульса частицы. Кинетическая энергия электрона меняется от исходного состояния к конечному. Ниже приводятся векторные диаграммы импульсов в соседних состояниях (в модулях). Здесь x , означает координатную ось вдоль траектории движения электрона. Определяем импульсы электрона вдоль траектории движения.



а) Исходное состояние

$$p_{e,i} = p_{s,i}$$

$$p_{r,i} = |p_{\gamma,i}|$$



б) Конечное состояние

$$p_{e,i+1} = p_{s,i} \pm p_{\gamma,i} = p_{s,i+1}$$

$$p_{r,i+1} = |p_{\gamma,i+1}|$$

В конечном состоянии вектор $\vec{p}_{r,i}$ поворачивается по часовой или против часовой стрелки и превращается в вектор $\vec{p}_{r,i+1}$. Векторы $p_{r,i}, p_{r,i+1}$ — это векторы релятивистских импульсов собственного вращения электрона и действуют перпендикулярно траектории движения.

Знак плюс соответствует увеличению кинетической энергии электрона. Новый квант релятивистской энергии передается от внешнего источника (ускоряющие поля, энергичные фотоны – прямой эффект Комптона). Электрон поглощает энергию строго определенными порциями. Импульсы изменяются дискретными значениями.

Знак минус соответствует уменьшению кинетической энергии электрона. Новый квант релятивистской энергии замещается из внутреннего источника (энергия собственного поступательного движения $E_{s,i}$). Энергия внутреннего фотона излучается в тормозном поле или передается мало энергичным фотонам – обратный эффект Комптона. Импульсы изменяются дискретными значениями.

Выводы:

1. Дискретные значения релятивистского параметра не зависят от времени и координат в пространстве. Только квадрат относительной скорости ($x_i = \beta_i^2$) определяет квантовые состояния частицы в вакууме. Возможно, эта ситуация связана с понятиями локальности и не локальности физических процессов в окружающем пространстве. Подтверждается принцип неопределенности Гейзенберга.
2. Не исключено, что диапазоны разрешенных энергий движения в вакууме имеют дополнительные подуровни. Математически, такая задача решается

достаточно просто, на основании выражения (15). Но, не видно логического обоснования. Количество кубических уравнений на основе выражения (9) не превышает 16.

3. Переход электрона в релятивистское состояние происходит скачком, при минимальной скорости 1.09385 ms^{-1} . Возможная причина, реальное действие физического вакуума.
4. Уравнения энергии электрона не требуют перенормировки. Полная кинетическая энергия не стремится к бесконечности при достижении скорости света.

Источники

1. Эффект-Комптона,
<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%84%D1%84%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0>
2. Халецкий Михаил., Сборка Элементарной теории относительности., Издательский сервис Ridero, 24 апрель, 2024.
https://ridero.ru/books/sborka_elementarnoi_teorii_otnositelnosti/?srsltid=AfmBOogRpl5pJP9d3G1bXL4KgLdoubDb4XojiNqz0GxGusaMW9Ba8ZWd
3. Хлецкий Михаил., Релятивизм ближе чем нам кажется., публикации в Интернете, 2024.
<https://halmich.ru/%D1%80%D0%B5%D0%BB%D1%8F%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%B8%D0%B7%D0%BC-%D0%B1%D0%BB%D0%B8%D0%B6%D0%B5-%D1%87%D0%B5%D0%BC-%D0%BD%D0%B0%D0%BC-%D0%BA%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D1%82%D1%81%D1%8F/>

